Федеральное агентство по образованию

Пермский государственный технический университет

Никулин И. Л.

ФИЗИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ

Часть 1. МЕХАНИКА, МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

ПЕРМЬ 2010

Никулин Илларион Леонидович

Физический практикум. Часть 1. Механика, молекулярная физика и термодинамика: учеб. пособие.

Учебное пособие состоит из двух частей. Первая часть знакомит читателя с основными этапами проведения научно-исследовательской работы и составлением отчёта о проделанном исследовании. Изложено содержание обязательных частей отчёта в соответствие с требованиями ГОСТ 7.32 – 2001 «Отчёт о научно-исследовательской работе». Рассмотрены методы обработки экспериментальных данных, а также приведены методические рекомендации по их автоматизированной обработке. Теоретический материал сопровождается большим количеством примеров.

Вторая часть содержит семь лабораторных работ по механике и термодинамике. Перед каждой работой проиллюстрирован круг практических задач, в которых присутствует изучаемое явление, приведены определения физических величин, подробно изложена методика измерений. Порядок проведения работы изложен без излишней детализации, что позволяет студенту самому определять организацию экспериментальных данных и их обработку. В конце приведены контрольные вопросы и список дополнительной литературы для самостоятельной подготовки.

Для студентов технических специальностей.

Содержание

Предисловие

Физический практикум является неотъемлемой частью изучения курса физики. При прохождении лабораторного практикума по физике студенты должны приобрести навыки проведения научно-исследовательской работы:

- проводить измерения;
- обрабатывать результаты измерений с помощью автоматизированных средств и представлять их в соответствие с требованиями ГОСТ;
- интерпретировать полученные результаты, на основе разработанной физической теории.

Для успешного освоения научно-исследовательских методов студенту потребуется следующие принадлежности:

- тетрадь для лабораторных работ объёмом не менее 48 листов;
- миллиметровая бумага для построения графиков;
- инженерный микрокалькулятор со встроенными статистическими функциями.

Настоящее учебное пособие состоит из двух частей и построено по принципу «введение терминологии – разговор в терминах».

В первой части определены основные этапы научно-исследовательской работы, а также методы обработки и представления экспериментальных результатов. Для удобства изучения материала параграфы расположены в порядке следования обязательных пунктов отчёта о НИР, так что основные элементы отчёта можно посмотреть уже по оглавлению первой части. Такая структура пособия позволяет легко ориентироваться в составлении отчёта: пропускать ненужные в текущий момент пункты и возвращаться к ним, когда в них возникает потребность. Особое внимание в пособии уделено автоматизации обработки экспериментальных данных.

Вторая часть содержит семь лабораторных работ по механике и термодинамике. Теоретические сведения, приведённые перед каждой работой, знакомят читателя с практическими задачами, в которых присутствует изучаемое явление и определениями физических величин. Методика измерений изложена настолько подробно, насколько это необходимо для понимания физической сути явлений, имеющих место в эксперименте. Порядок проведения работы изложен без излишней детализации, что позволяет самому студенту, на основе описанной методики, организовывать экспериментальные данные и выбирать методы их обработки.

В списке рекомендуемой литературы представлены учебные пособия с указанием параграфов, в которых содержится необходимый теоретический материал для самостоятельной подготовки.

Типографические соглашения

(1,2)	в круглых скобках приведены ссылки на формулы
(3′)	штрихами помечены формулы, являющиеся частными случаями формулы без штриха, например, при фиксированном параметре.
[4,5]	в квадратных скобках приводятся ссылки на литературу из библиографического списка
$\boxed{\textit{правило}}$	в рамку помещены правила работы с данными
1. элемент 1 2. элемент 2	строго определённый порядок элементов структуры или действий
• пункт A • пункт B	положения, которые могут выполняться независимо друг от друга и не в порядке перечисления
<u>П р и м е р.</u>	пример для пояснения
<u>N. B.</u>	*nota bene* – (лат.) обратите внимание; практический совет, полезный, но необязательный к исполнению
⚠	**ПРАВИЛА, касающиеся функционирования экспериментальной установки или методики выполнения работы, несоблюдение которых может привести к порче установки или недостоверным результатам.**

Список основных обозначений

Константы

e = 2,72 ± 0,005 – основание экспоненты;
g = (9,81 ± 0,005) м·с$^{-2}$ – ускорение свободного падения;
π = 3,141 ± 0,005 – число Пи.

Физические величины

a – ускорение, м·с$^{-2}$;
A – работа, Дж;
d – диаметр, м;
F – сила, Н;
h – высота, м;
I – момент инерции, кг·м^2;
k – коэффициент жёсткости пружины, Н·м$^{-1}$;
l – длина, м;
L – приведённая длина физического маятника, м;
m – масса, кг;
M – момент силы Н·м;
N – количество колебаний;
p – давление, Па;
Q – количество теплоты, Дж;
r – радиус, м;
S – площадь, м^2;
t – время, с;
T – период колебаний, с;
v – скорость, м·с$^{-1}$;
V – объём, м^3;
x – координата, смещение от положения равновесия; м;
α – начальная фаза, рад;
β – коэффициент затухания, с$^{-1}$;
γ – показатель адиабаты;
η – коэффициент динамической вязкости, Па·с;
λ – логарифмический декремент затухания;
ν – частота колебаний, с$^{-1}$
ρ – плотность, кг·м$^{-3}$;
τ – время релаксации, с;
σ – декремент затухания;
φ – угловое смещение, угол поворота, рад;
ω – циклическая частота, рад·с$^{-1}$;

Эксперимент

i	–	порядковый номер эксперимента;
n	–	количество измерений;
$t_{\alpha,\mathrm{n}}$	–	коэффициент Стьюдента;
α	–	надежность;
δ_t	–	относительная погрешность; индекс соответствует буквенному обозначению определяемой величины, %;
Δt	–	абсолютная полная погрешность; после знака Δ указывается величина, к определению которой относится данная погрешность, размерность погрешности совпадает с размерностью измеряемой величины;
$\Delta t_{\text{окр}}$	–	абсолютная погрешность округления;
$\Delta t_{\text{пр}}$	–	абсолютная погрешность прибора;
$\Delta t_{\text{сл}}$	–	абсолютная случайная погрешность;
σ_{n-1}	–	стандартное отклонение;
χ_{min}	–	наименьшая цена деления прибора.

1. Представление результатов научно-исследовательской работы

1.1. Введение

Управление качеством продукта технологического процесса основывается на понимании явлений, протекающих во время процесса, на знании какие технологические параметры оказывают наибольшее действие на результат и каково это действие количественно. Выявление наиболее важных параметров технологического процесса и установление количественных связей между ними и свойствами конечного продукта – это задача научно-исследовательской работы, далее НИР.

В настоящем курсе будет рассмотрен эмпирический метод исследования, суть которого заключается в построении общих знаний о процессе или явлении на основе экспериментальных данных. Схема, показывающая взаимосвязь основных этапов эмпирического исследовательского подхода, представлена на рис. 1.1.1.

Целью в данном случае могут выступать нахождение количественного значения свойства исследуемого объекта или изучение влияния технологического фактора или группы факторов на свойства продукта производства.

Основным средством эмпирического метода является эксперимент. **Эксперимент** – исследование явления при помощи искусственного создания условий, в которых это явление наблюдается. Каждый эксперимент выполняется по определённой методике с помощью соответствующих приборов и заключается в серии измерений.

Измерение – результат сравнения некоторой величины с однородной величиной, условно принятой за единицу.

Прямыми называются измерения, при которых значение искомой величины снимается непосредственно с показаний прибора. К прямым относят, например, измерения длины при помощи линейки, массы на рычажных весах с помощью набора разновесов, времени при помощи секундомера и т. п.

Большинство физических величин невозможно измерить непосредственно с помощью приборов, поэтому их рассчитывают по формулам, исходными данными в которых выступают результаты прямых измерений. Такой процесс называется **косвенным измерением**.

Результаты измерений, а также их интерпретация оформляются в виде отчёта о научно-исследовательской работе. Отчёт о НИР – документ, который содержит систематизированные данные, о процессе исследования и полученных результатах.

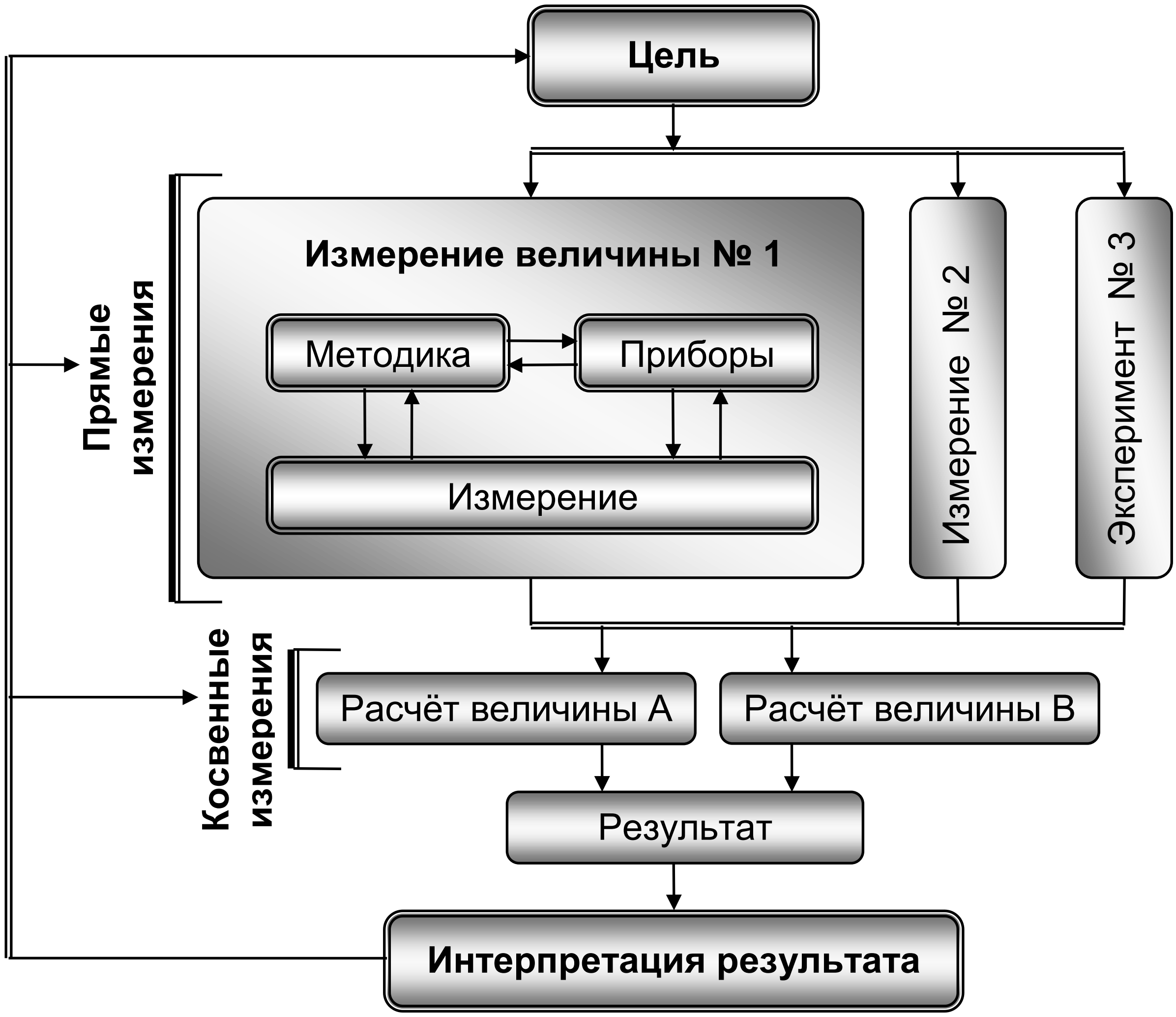

Рис. 1.1.1. Основные этапы эмпирического метода исследования.

В настоящей главе будет рассмотрено содержание только основной части отчёта, в которой приводят данные отражающие задачи, методику и основные результаты работы.

Отчёт о лабораторной работе повторяет структуру отчёта о НИР и содержит следующие элементы:

1. название отчёта;
2. цель;
3. методика исследования;
4. прямые измерения;
5. косвенные измерения;
6. полученные результаты;
7. анализ полученных результатов и их интерпретацию;
8. заключение.

Прочие элементы отчёта о НИР и требования к их содержанию определяется ГОСТ 7.32-2001 «Отчёт о научно-исследовательской работе».

1.2. Цели работы

Цель НИР состоит в выявлении количественных связей между технологическими факторами и свойствами объекта.

В настоящем учебном пособии для каждой лабораторной работы цели сформулированы, но в дальнейшем при определении целей следует применять SMART-принцип. Цели должны быть

- Specific – конкретные;
- Measurable – измеримые;
- Achievable – достижимые;
- Related – связанные с предстоящей работой и между собой;
- Time Bounded – ограниченные во времени.

Цели исследования, сформулированные по SMART-принципу, помогают определить жизненный цикл предстоящего исследования, определяя

- свойства объекта, которые будут изучаться;
- параметры, влияющие на изучаемые свойства;
- интервалы варьирования изучаемых параметров.

1.3. Методика измерений

В этом разделе содержится вся информация о предстоящем исследовании: условия, при которых должно проходить исследование, методики всех прямых и косвенных измерений, возможные погрешности, соответствующие выбранным методикам.

Условия, в которых происходит исследование, как правило, определяются из цели работы. Это могут быть нормальные условия, невесомость, сверхсильные магнитные поля и т. п.

В методике прямых измерений для каждого из запланированных экспериментов описывается экспериментальная установка, принципы её функционирования и область применения. Описание экспериментальной установки должно содержать её принципиальную схему с обозначением всех узлов.

В научных статьях и технических отчётах ссылки на используемые приборы размещаются описании экспериментальной установки. В учебных лабораторных работах список приборов выделяется отдельным пунктом для проверки комплектности принадлежностей.

Описание методики косвенных измерений содержит соотношения, по которым рассчитываются величины, определяемые по результатам прямых измерений, а также оценку погрешности, которая возникает при расчёте.

1.4. Прямые измерения

Описание каждого из прямых измерений должно содержать исчерпывающую информацию, для возможного последующего продолжения измерений или проверки результатов эксперимента.

Описание эксперимента содержит следующие элементы:

1. заголовок, в котором отражается суть измерения;
2. единичные данные;
3. таблицы с результатами серии измерений;
4. обработанные результаты измерений.

Далее мы рассмотрим содержание этих элементов подробно.

А. Точность измерений, значащие цифры

Точность, необходимая для получения определённого результата, диктует постановку всего опыта и выбор приборов для измерения. Точность характеризуется числом значащих цифр.

Значащими цифрами считаются все цифры, начиная с первой ненулевой слева. Нули, стоящие перед другими цифрами указывают на порядок числа и не являются значащими. Последняя значащая цифра считается **сомнительной**, все перед ней – **верными**.

Если нули, стоящие после других цифр являются значащими, то они не могут быть отброшены при записи.

П р и м е р. Число 7,8900 не может быть записано как 7,89, поскольку эти числа определены с различной точностью: в первой записи верные четыре значащие цифры, сомнительная – пятый ноль. Во второй укороченной записи сомнительной является уже третья – девятка.

N. B. Для конкретизации количества значащих цифр при записи числа, его следует записывать в следующем виде: одна ненулевая цифра до запятой, остальные – после, далее записывается порядок числа. В такой записи количество цифр в числе совпадает с количеством значащих. Например, число 0,0012345 будет записано в виде $1{,}2345 \cdot 10^{-3}$.

Б. Единичные данные

В данный раздел помещается следующая информация:

- внешние условия эксперимента;
- параметры, неизменные в течение эксперимента.

В. Серийные измерения, таблица

Серии измерений применяются для изучения зависимости исследуемой величины от некоторого выбранного параметра, а также уточнения и проверки значения искомой величины.

Для лучшей наглядности и удобства сопоставления изменяемого параметра и результата измерения применяются таблицы.

При оформлении таблицы необходимо выполнять следующие правила.

- Таблицу следует располагать в отчёте непосредственно после текста, в котором она упоминается впервые или на следующей странице. На все таблицы должны быть ссылки в отчёте.
- Над таблицей следует указывать порядковый номер таблицы в отчёте и её название, которое должно отражать содержание таблицы (маркеры 1 и 2 на рис. 1.4.1).
- Шапка таблицы содержит буквенное обозначение измеряемых величин с указанием единиц измерения (маркер 3). Единицы измерения всех величин в таблице следует выбирать так, чтобы их числовые значения не содержали большого количества нулей ни до, ни после запятой, для этого применяются приставки к единицам СИ, такие как мега, микро, кило и др.
- В первом столбце, как правило, указывается номер измерения. Во втором столбце – параметр, который изменяет экспериментатор, в третьем и последующих – результат измерения.

1 Таблица 12

2 Измерение периода колебаний маятника

№ п.п.	N	t, с	T, с
1	30	33,0	1,10
2	35	36,5	1,04
3	40	40,8	1,02

Рис. 1.4.1. Пример таблицы, содержащей результаты серии измерений. Маркерами отмечены обязательные элементы таблицы: 1 – номер в тексте; 2 – заголовок; 3 – шапка с буквенным обозначением измеряемых величин и единицами их измерения; 4 – ячейки с данными, записанными с одинаковой точностью.

- *Значение изменяемого параметра и результат измерения должны записываться в таблицу так, как они отображаются на приборе, без отбрасывания знаков, округления и математических операций над ними.*
- В последующих столбцах могут размещаться результаты вычислений по данным предыдущих столбцов.
- Данные в ячейках должны быть записаны с одинаковой точностью (маркер 4). О правилах вычислений с приближёнными числами смотрите раздел 1.5.А. «Правила работы с действительными числами».

Г. Результат серии измерений – доверительный интервал

Пример. Представьте себе, что необходимо дать ответ на вопрос: сколько времени занимает дорога из дома в университет? Ответ нужно дать как можно точнее. Все мы понимаем, что время, затраченное на дорогу (особенно на городском транспорте) зависит от многих факторов: времени года, дня недели, времени суток, погоды и т. д. Измерив несколько раз время пути, в качестве ответа можно предложить среднее арифметическое. Но дорога в вечернее время летом (светло, тепло и сухо) и осенью при первом снегопаде (темно, из-за снега малая видимость, слякоть) могут занимать очень разное время, каждое из которых может значительно отличаться от среднего, и причём каждое из них верно! Следовательно, одного только среднего значения недостаточно для объективного описания ситуации.

Для объективного описания времени следует указать среднее значение вместе с некоторым интервалом, который будет покрывать возможный разброс значений.

Все возможные значения покрывать не стоит. Если включить в интервал как время, которое пришлось затратить, например, при дороге в многокилометровой автомобильной пробке, так и время проезда на мотоцикле без соблюдения правил дорожного движения, то этот интервал получился бы слишком велик, а ответ крайне размытым.

С другой стороны, если интервал сделать узким, тот, кто задал вопрос, будет часто прибывать то раньше, то позже, и наш ответ перестанет быть верным.

Правильное решение – чтобы ответ на вопрос был верен для выбранной доли последующих проверок. Такую долю назовём «надёжность».

Надёжность – это вероятность того, что результат следующего эксперимента попадёт в интервал значений, определённый из предыдущих опытов.

Доверительный интервал – интервал, построенный по результатам серии измерений, в который попадёт соответствующая выбранной надёжности доля последующих проверок.

П р и м е р. Если выбрана надёжность α = 0,95, то в доверительный интервал попадёт 95% последующих замеров.

Результат эксперимента представляется в виде доверительного интервала:

$$x = \left(\bar{x} \pm \Delta x\right), \qquad \alpha = 0{,}95, \tag{1.4.1}$$

где α – надёжность; Δx – **абсолютная полная погрешность**; $\bar{x}$ – среднее арифметическое, вычисляемое соотношения:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}\,; \tag{1.4.2}$$

здесь x_i – результат i-го измерения, $i \in [1, n]$, n – число измерений.

Среднее арифметическое для серии измерений округляется до количества значащих цифр в показаниях прибора.

П р и м е р. Пусть x_1 = 10,1; x_2 = 10,4; x_3 = 10,5 – результаты серии измерений. Расчёт среднего арифметического даёт $\bar{x}$ = 10,3333333(3). Полученный результат следует округлить до трёх значащих цифр, как в показаниях прибора: $\bar{x}$ = 10,3333333(3) $\to$ $\bar{x}$ = 10,3.

Относительная погрешность определяется из соотношения

$$\delta_x = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \tag{1.4.3}$$

или

$$\delta_x = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\% \tag{1.4.3$'$}$$

и показывает долю погрешности в определении искомой величины.

Относительную погрешность удобно использовать для характеристики точности результатов, записав доверительный интервал в виде

$$x = \bar{x} \cdot \left(1 \pm \delta_x\right), \qquad \alpha = 0{,}95. \tag{1.4.4}$$

В соотношение (1.4.4) следует подставлять относительную погрешность, определённую по формуле (1.4.3).

Стандартом МИ 1317-2004 «Государственная система обеспечения единства измерений…» рекомендовано правило представления погрешности:

погрешность выражают числом, содержащим не более двух значащих цифр. Среднее значение округляется до порядка погрешности.

Пример. $\bar{x}$ = 10,334; Δx = 0,123; $\rightarrow$ x = (10,33 ± 0,12).

Допускается выражать погрешность числом, содержащим одну значащую цифру.

Пример. $\bar{x}$ = 30,445; Δx = 0,567; $\rightarrow$ x = (30,4 ± 0,6).

Округление среднего значения и погрешности необходимо, поскольку излишнее число приводимых знаков создаёт ложное впечатление о большой точности результата.

Д. Оценка погрешности результатов эксперимента

При измерении любой величины результат зависит от методики измерений, используемых приборов и условий окружающей среды.

На рис. 1.4.2 отображено влияние на результат измерения основных видов погрешностей и причины их возникновения.

Погрешности измерений принято разделять на систематические и случайные. **Случайные** погрешности имеют место при каждом измерении, но изменяются от измерения к измерению, проявляется в разбросе результатов. К случайным погрешностям кроме собственно «случайных» можно отнести погрешность округления показаний прибора.

Систематические повторяются на протяжении серии экспериментов, либо сохраняя при этом свою величину и знак, либо изменяясь по определённому закону. Проявляются систематические погрешности в сдвиге результата в большую или меньшую сторону.

При наличии скрытой систематической погрешности результат, приведённый с незначительной ошибкой, может выглядеть вполне надёжным, что приведёт к дальнейшим ошибкам в его использовании. Поэтому систематические погрешности необходимо выявлять и устранять.

Наиболее достоверным способом обнаружения систематических погрешностей является сравнение результатов измерений одной и той же величины, выполненных принципиально разными методами.

К систематическим погрешностям относят методическую и приборную погрешности.

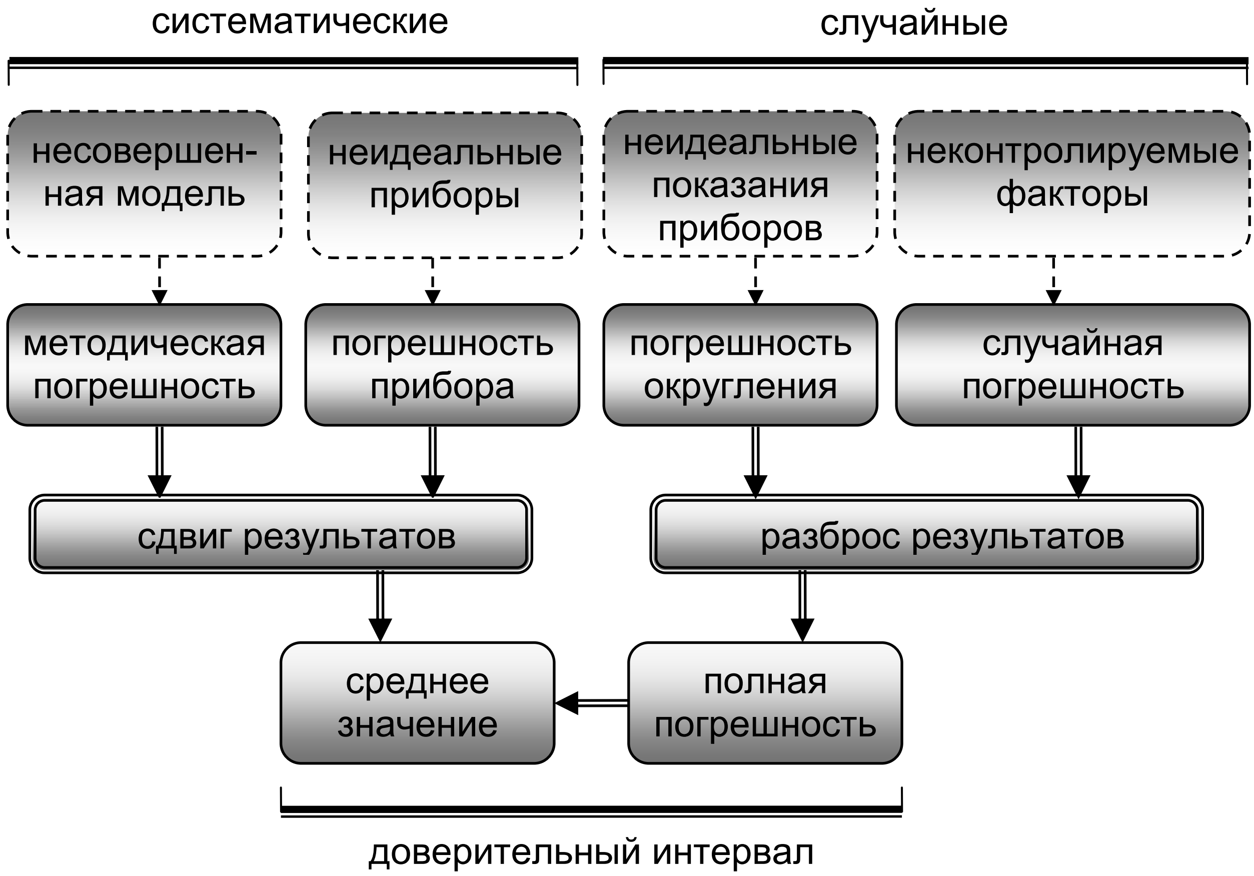

Рис. 1.4.2. Происхождение погрешностей
и их влияние на результаты измерений.

При выбранной методике измерений оценка погрешности результатов измерений проводится с учётом случайной, приборной и округления. Результирующая погрешность, записываемая в доверительный интервал, вычисляется из соотношения

$$\Delta = \sqrt{\Delta_{\text{пр}}^2 + \Delta_{\text{окр}}^2 + \Delta_{\text{сл}}^2}\,, \qquad (1.4.5)$$

где Δ – полная погрешность; $\Delta_{\text{пр}}$ – погрешность прибора; $\Delta_{\text{окр}}$ – погрешность округления; $\Delta_{\text{сл}}$ – случайная погрешность.

Ниже приведена подробная информация о причинах возникновения, способе оценки и уменьшения для каждой из перечисленных погрешностей.

i) Методическая погрешность возникает, когда в *модели* явления учитываются не все физические законы, которые имеют место во время эксперимента, это может делаться сознательно для упрощения процесса измерения или расчёта.

Так, например, при измерении массы тела на воздухе не учитывается сила Архимеда, действующая на тело; при измерении электрических величин не учитывается сопротивление подводящих проводов.

Уменьшить методическую погрешность можно, усовершенствовав методику измерений, а также введением поправок в расчётные формулы.

ii) Погрешность прибора

На результат прямых измерений влияют погрешности, которые вносят непосредственно измерительные приборы. К ним относятся погрешности, связанные с устройством, состоянием и условиями функционирования самого прибора, а также с округлением его показаний.

Погрешность измерительных приборов принято характеризовать классом точности, который определяется из следующего соотношения:

$$k = \frac{\Delta_{\text{пр}}^{max}}{x} \cdot 100\%, \qquad (1.4.6)$$

где k – класс точности прибора; $\Delta_{\text{пр}}^{max}$ – предельная абсолютная погрешность; x – номинальное значение измеряемой прибором величины. Класс точности прибора указывается на самом приборе или в его паспорте.

Погрешность прибора определяется через предельную погрешность $\Delta_{\text{пр}}^{max}$ выражением:

$$\Delta_{\text{пр}} = t_{\alpha,\infty} \cdot \frac{\Delta_{\text{пр}}^{max}}{3}, \qquad (1.4.7)$$

где $t_{\alpha,\infty}$ – коэффициент Стьюдента для бесконечного множества измерений. Для надёжности $\alpha = 0{,}95$ коэффициент Стьюдента $t_{\alpha,\infty} = 1{,}96 \approx 2$, а соотношение (1.4.7) принимает вид:

$$\Delta_{\text{пр}} = \frac{2}{3} \cdot \Delta_{\text{пр}}^{max}. \qquad (1.4.7')$$

Предельные погрешности приборов для измерения длины представлены в третьем столбце табл. 1.4.1. Погрешность округления приборов для измерения длины представлена в четвёртом столбце таблицы 1.4.1. В пятом столбце приведена сумма квадратов погрешностей прибора и округления для надёжности $\alpha = 0{,}95$, которую следует использовать при расчёте полной погрешности измерения длины по формуле (1.4.5). Точность величины $\left(\Delta_{\text{пр}}^{max}\right)^2 + \Delta_{\text{окр}}^2$ выше исходной точности слагаемых и содержит один запасной знак, который следует отбросить в конечном результате.

Таблица 1.4.1.

Предельные погрешности и погрешности округления приборов для измерения длины.

№ п.п.	Прибор	$\Delta_{\text{пр}}^{max}$, мм	$\Delta_{\text{окр}}$, мм	$\left(\Delta_{\text{пр}}^{max}\right)^2 + \Delta_{\text{окр}}^2$, мм^2
1	Линейка пластмассовая	1	0,5	1,03
2	Линейка металлическая ГОСТ 427-56	0,5	0,5	0,50
3	Штангенциркуль $\chi_{min} = 0{,}1$ мм	0,1	0,05	0,013
4	Штангенциркуль $\chi_{min} = 0{,}05$ мм	0,05	0,025	$3{,}13 \cdot 10^{-3}$
5	Микрометр $\chi_{min} = 0{,}01$ мм	0,004	0,005	$4{,}1 \cdot 10^{-6}$

При измерении промежутков времени при помощи секундомера в качестве прибора выступает не только сам секундомер, но и глаз и рука экспериментатора. При том, что погрешность современных секундомеров имеет порядок 0,01 с, а реакция человека на раздражитель (в данном случае – начало и конец отсчёта времени) составляет приблизительно 0,1 с. Таким образом, основную часть приборной погрешности в измерении времени вносит именно экспериментатор.

N. B. Для оценки вносимой экспериментатором ошибки, можно попробовать остановить секундомер в заранее задуманный момент времени, который следует выбирать близким к временам, характерным для текущего измерения. Отклонение полученного времени от задуманного даст искомую погрешность экспериментатора. Опыт, как всегда, следует провести несколько раз.

Погрешность, вносимую измерительными приборами, можно уменьшить, используя более точные приборы.

iii) Погрешность округления

Во время эксперимента может возникнуть ситуация, когда указатель измерительного прибора устанавливается между рисками шкалы, как это показано на рис. 1.4.3.

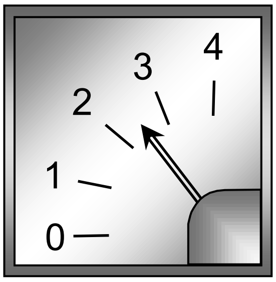

Рис. 1.4.3. Показания прибора, при которых возникает погрешность округления

Поскольку цена деления шкалы δ хороших измерительных приборов согласована с классом точности, определять на глаз доли деления недопустимо. В таких случаях принято округлять показания до ближайшего деления. Ошибка округления, в таком округлении определяется по формуле:

$$\Delta_{\text{окр}} = \alpha \cdot \frac{\chi_{\min}}{2}. \qquad (1.4.8)$$

Для надежности α = 0,95 соотношение (1.4.8) принимает следующий вид:

$$\Delta_{\text{окр}} = 0{,}48 \cdot \chi_{min}. \qquad (1.4.8')$$

Погрешность округления уменьшается при использовании более точных приборов.

iv) Случайная погрешность. Метод Стьюдента

Данный вид погрешности проявляется в разбросе результатов при проведении повторных измерений. Различие результатов измерений вызвано изменением не поддающихся контролю факторов, таких как реакция экспериментатора, изменение напряжения в электрической сети, неодинаковое трение между подвижными деталями установки, колебания воздуха и т. п.

Случайные отклонения от среднего при большом количестве измерений подчиняются двум закономерностям:

- малые по абсолютной величине отклонения встречаются чаще, чем большие;
- отклонения, равные по модулю, в большую и меньшую стороны встречаются одинаково часто.

Для серии из n измерений случайная погрешность определяется из соотношения

$$\Delta_{сл} = t_{\alpha,n} \cdot \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}, \qquad (1.4.9)$$

где σ_{n-1} – стандартное отклонение, определяемое из соотношения

$$\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \left(\bar{x} - x_i\right)^2}{(n-1)}}; \qquad (1.4.10)$$

$t_{\alpha,n}$ – коэффициент Стьюдента, который вводится как поправка для случайной погрешности короткой серии экспериментов на погрешность, которая возникает при большом количестве измерений. Для надёжности $\alpha = 0{,}95$ коэффициенты Стьюдента приведены в табл. 1.4.2.

Таблица 1.4.2.

Коэффициенты Стьюдента для надёжности $\alpha = 0{,}95$.

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	∞
$t_{\alpha,n}$	12,7	4,30	3,18	2,76	2,57	2,45	2,36	2,31	2,26	1,96

Случайную погрешность можно уменьшить, увеличив число экспериментов.

v) Методы расчёта случайной погрешности

Для сокращения сроков проведения научно-исследовательской работы современный инженер должен применять автоматизированные средства обработки информации, поэтому студенту необходимо освоить способы обработки данных с применением специализированных функций инженерного микрокалькулятора или компьютерных программ.

Ручной расчёт более трудоёмок и сопряжён со значительными временными затратами, к нему следует прибегать только если электронные вычислительные системы недоступны.

Ниже приведены три варианта расчёта случайной погрешности, расположенные в порядке убывания удобства использования.

Персональный компьютер предоставляет максимальный уровень комфорта при обработке экспериментальных данных.

В электронных таблицах стандартное отклонение рассчитывается встроенными статистическими функциями

=СТАНДОТКЛОН(*диапазон*) в MS EXCEL;

=STDDEV(*диапазон*) в Open Office.org;

где *диапазон* – таблица с результатами измерений.

В приложении 4 приведён листинг программы на языке PASCAL, предназначенной для расчёта среднего значения и случайной.

Инженерный микрокалькулятор, далее МК, представляет собой хорошую альтернативу персональному компьютеру, не всегда доступному в учебной лаборатории.

Данный раздел рассчитан на инженерный микрокалькулятор марки CITIZEN SRP 145 и аналогичные ему CASIO DJ 105, METRIX MX 103 и др.

В приложении 4 приведён расчёт погрешности для микрокалькулятора CASIO FX-82ES. Работа со статистическими функциями на МК других марок может несколько отличаться от описанной ниже: другие названия клавиш, другая индикация при вводе данных, но основные принципы работы остаются в силе. Работа со статистическими данными включает следующие этапы:

- перевод МК в режим работы со статистическими данными;
- ввод значений в память МК;
- вывод среднего значения и расчёт случайной погрешности.

Пример. Вычислим случайную погрешность с надёжностью $\alpha = 0{,}95$ для трех значений некоторой величины x. Пусть $x_1 = 25{,}0$, $x_2 = 24{,}0$ и $x_3 = 27{,}0$.

1. Перевод МК в режим работы со статистическими данными осуществляется вызовом функции SD (Statistical Data – статистические данные). Для этого следует нажать следующие клавиши: SHIFT (2ndF) и ON/C (SD). В скобках указаны функции, вызываемые при нажатии на соответствующие

клавиши. Клавиши, отвечающие за статистический режим затонированы. Если МК переведен в режим статистики успешно, то на дисплее появится индикатор SD, и включаются статистические функции.

2. Ввод значений в память МК: набираем значение и вводим в память МК с помощью функции DATA (данные), расположенной на клавише M+. После ввода значение величины на дисплее МК заменяется показаниями счётчика введенных значений.

Вводим значения:

2 5 M+ 2 4 M+ 2 7 M+.

3. Расчет среднего значения и случайной погрешности измерений.

Среднее значение вычисляется вызовом функции $\bar{x}$ – клавиша $x \to$M.

Случайная погрешность рассчитывается по соотношению (1.3.9). Для этого сначала рассчитывается стандартное отклонение вызовом одноимённой функции – σ_{n-1} (клавиша MR), которое делится на $\sqrt{n}$ и умножается на коэффициент Стьюдента.

Расчёт среднего значения	$x \to$M	25.33333333
Расчёт стандартного отклонения σ_{n-1}		
	MR	1.527525232
Деление на $\sqrt{n}$	÷ Kb$^{x \to k}$ (n)	3.
	$\sqrt{}$	1.732050808
	=	0.881917104
Расчёт случайной погрешности по формуле (1.4.9), где $t_{\alpha,n} = 4{,}30$		
	× 4 . 3 0 =	3.792243547

Окончательный результат, в котором погрешность округлена до одной значащей цифры, а среднее – до порядка погрешности имеет вид $x = (25 \pm 4)$.

N. B. Расчёт среднего и случайной погрешности, не считая ввода исходных данных, осуществляется нажатием всего на 12 клавиш!

Ручной расчёт назван таковым по способу организации данных. Предполагается, что у Вас есть микрокалькулятор, в котором отсутствуют статистические функции (например, встроенный в сотовый телефон).

Для расчёта случайной погрешности величины x оформляется таблица, аналогичная представленной ниже табл. 1.4.3. В случае если ручной расчёт планировался с самого начала работы, можно ввести в рабочую таблицу третий столбец и последние две строки для записи сумм и среднего значения.

Сначала по имеющемуся набору данных рассчитывается сумма всех значений x_i , где $i \in [1,n]$, результат заносится в таблицу в строку «сумма» столбца x_i. Для расчёта среднего значения полученная сумма делится на количество значений n, результат заносится в соответствующую ячейку.

Таблица 1.4.3.

Организация данных при ручном способе расчёта случайной погрешности

№ п.п.	x_i	$(x_i - \bar{x})^2$
1	1,23	0,014
2	1,45	0,01
3	1,34	0,0001
4	1,43	0,0064
5	1,31	0,0016
Сумма	6,76	0,033
Среднее значение	1,35	

В третий столбец заносятся квадраты разностей среднего значения и результата i-го измерения x_i. Далее рассчитывается сумма значений из третьего столбца.

Рассчитанная сумма квадратов разностей результатов i-го измерения и среднего значения представляет собой числитель дроби, стоящей под корнем в соотношении (1.4.10), где $t_{\alpha,n}$ = 2,76. Таким образом, случайная погрешность

$$\Delta x_{\text{сл}} = 2,76 \cdot \sqrt{\frac{0,033}{5(5-1)}} = 2,76 \cdot \sqrt{0,0406} = 0,11$$

Окончательный результат, в котором погрешность округлена до двух значащих цифр, а среднее – до порядка погрешности имеет вид $x = (1,35 \pm 0,11)$.

vi) Промах

На фоне случайных и систематических погрешностей стоит выделить промах – грубую ошибку. Промах может быть вызван неверной записью показаний прибора, недосмотра экспериментатора или неисправностью аппаратуры. Результат промаха, как правило, сильно отличается от других данных.

Если серия содержит небольшое количество измерений, то наличие промаха может сильно исказить среднее значение и погрешность. Поэтому промах необходимо исключать из окончательного результата.

Выявить промах можно повторным измерением.

1.5. Косвенные измерения

А. Правила работы с действительными числами

- Если в старшем из отбрасываемых разрядов стоит цифра меньше пяти, то содержимое сохраняющихся разрядов числа не изменяется. В противном случае в младший сохраняемый разряд добавляется единица с тем же знаком, что и у самого числа.

П р и м е р. Пусть нужно округлить число π до подчёркнутого знака, старший из отбрасываемых разрядов выделен жирным шрифтом:

$3{,}141\underline{5}\mathbf{9}2654 \to 3{,}1416$;

$3{,}1\underline{4}\mathbf{1}592654 \to 3{,}14$.

- Повторное округление нежелательно, так как может увеличить погрешность.

П р и м е р. Если число 12,345 сначала округлить до четырёх значащих цифр, а затем до трёх, то мы последовательно получим 12,35 и 12,4, тогда как при округлении сразу до трёх цифр результат будет 12,3.

- При сложении и вычитании приближённых чисел результат округляется по минимальному числу значащих цифр после запятой в исходных данных.

П р и м е р. $123{,}45 + 67{,}89 = 191{,}34$;
$100{,}11 - 2{,}1001 = 98{,}01$.

- При умножении и делении приближённых чисел с различным числом значащих цифр округление результата производится с числом значащих цифр, совпадающим с минимальным числом значащих цифр у исходных данных.

П р и м е р. $1{,}2345 \cdot 6{,}78 = 8{,}36991 \to 8{,}37$.

- При возведении в степень и извлечении корня в результате оставляется столько же значащих цифр сколько содержится в исходном числе.

П р и м е р. $\sqrt{5{,}076 \cdot 10^5} = 7{,}125 \cdot 10^2$.

- Для уменьшения влияния погрешностей округления приближённых чисел, в промежуточных вычислениях оставляют ещё одну или две запасные цифры и действуют согласно сформулированным выше правилам с учётом запасных цифр. Запасные цифры при округлении окончательного результата отбрасываются.

N. B. При обработке экспериментальных данных сначала лучше оценить результат, для этого производится ручной расчёт на бумаге. Оценка проводится для исключения грубых ошибок, вызванных возможным некорректным действием на калькуляторе. В расчётную формулу подставляются данные, переведённые в систему СИ, и содержащие одну-две значащие цифры, причём одна ненулевая цифра до запятой остальные – после, затем порядок числа. Сначала производится расчёт порядка результата, затем расчёт численного значения. Все расчёты должны проводиться без использования калькулятора: расчёт порядка – это операции сложения и вычитания целых чисел, а расчёт численного значения – действия с числами до десяти. После оценки производится точный расчёт, и если результаты не противоречат друг другу, производятся остальные расчёты.

Б. Расчёт среднего

Результаты прямых измерений представляются в виде доверительных интервалов. Результат расчёта с использованием таких приближённых данных также будет содержать погрешность, которую называют **погрешность косвенных измерений**.

Путь некоторая величина z вычисляется через величины x и y, которые определяются экспериментально и представлены в виде доверительных интервалов.

Среднее значение определяемой косвенно величины рассчитывается через средние значения величин, определяемых в отдельных экспериментах:

$$\bar{z} = z(\bar{x}, \bar{y}). \qquad (1.5.1)$$

При расчёте, необходимо пользоваться правилами, изложенными в предыдущем пункте.

После определения среднего значения следует оценить погрешность результата, способы расчёта погрешности косвенных измерений изложены ниже.

В. Погрешность округления констант

В расчетные формулы могут входить известные физические константы, такие как ускорение свободного падения, скорость света в вакууме, фундаментальные постоянные π, e и дробные множители 1/3, 1/6 … .

При вычислениях константы округляются, что вносит погрешность в результат расчёта. Принято считать, что погрешность округления константы равна половине единицы последнего разряда. Например, погрешность числа

π = 3,141592654… составляет $\Delta\pi$ = 0,05, если взять π = 3,1; $\Delta\pi$ = 0,005 при π = 3,14 и т. д.

Количество значащих цифр в константе берётся таким, чтобы погрешность округления была мала по сравнению с прочими погрешностями.

Разряд, до которого округляется константа, выбирается так, чтобы относительная ошибка, вносимая округлением, была на порядок меньше максимальной из относительных ошибок исходных данных.

Таким же образом оценивается абсолютная ошибка табличных данных. Например, в таблице указано $m = 13{,}6\cdot 10^3$ кг, следовательно, $\Delta m = 0{,}05\cdot 10^3$ кг.

Ошибка значений универсальных постоянных указывается вместе с их принятыми средними значениями: $c = (299793{,}0 \pm 0{,}3)\cdot 10^3$ м/с.

Г. Погрешность косвенных измерений

i) Упрощённые соотношения для частных случаев

- Сумма и разность $z = x + y$ или $z = x - y$

$$\Delta z = \Delta x + \Delta y. \tag{1.5.2}$$

Абсолютная погрешность косвенного измерения равна сумме абсолютных погрешностей прямых измерений.

- Произведение и частное $z = x \cdot y$ или $z = \dfrac{x}{y}$

$$\delta_z = \delta_x + \delta_y. \tag{1.5.3}$$

Относительная погрешность косвенного измерения равна сумме относительных погрешностей прямых измерений.

Выражения (1.5.2) и (1.5.3) дают несколько завышенную величину погрешности.

ii) Общий случай

В общем случае погрешность косвенных измерений рассчитывается по формуле

$$\Delta z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\Delta y\right)^2}, \tag{1.5.4}$$

где $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ и $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ – частные производные, которые находятся как обыкновенные производные функции $z(x,y)$ по соответствующему аргументу, принимая все прочие аргументы постоянными параметрами.

П р и м е р. Выведем формулу абсолютной погрешности для расчёта плотности цилиндра по формуле:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{4m}{\pi\, d^2 h}.$$

Абсолютная погрешность вычисляется по формуле (1.5.4) и для нашего случая имеет вид:

$$\Delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial\pi}\right)^2 \Delta\pi^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial d}\right)^2 \Delta d^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial h}\right)^2 \Delta h^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial m}\right)^2 \Delta m^2}.$$

Подставляя частные производные, получим окончательный результат:

$$\Delta\rho = \sqrt{\left(-\frac{4m}{\pi^2 d^2 h}\right)^2 \Delta\pi^2 + \left(-\frac{8m}{\pi d^3 h}\right)^2 \Delta d^2 + \left(-\frac{4m}{\pi d^2 h^2}\right)^2 \Delta h^2 + \left(\frac{4}{\pi d^2 h}\right)^2 \Delta m^2}.$$

iii) Следствие из общего случая

Если косвенно определяемая величина представляет собой произведение других величин возведённых в целые степени

$$z = z\left(x^a \cdot y^b \cdot \ldots\right), \qquad (1.5.5)$$

то относительная погрешность рассчитывается по формуле

$$\delta_z = \sqrt{a^2\delta_x^2 + b^2\delta_y^2 + \ldots}. \qquad (1.5.6)$$

П р и м е р. Формула для вычисления плотности из предыдущего примера удовлетворяет условию (1.5.5), следовательно погрешность можно рассчитать по формуле (1.5.6):

$$\delta_\rho = \sqrt{4\delta_d^2 + \delta_h^2 + \delta_m^2 + \delta_\pi^2}.$$

1.6. Результаты. Анализ и интерпретация.

А. Графическое представление зависимостей

Графическое представление данных способствует ясности изложения результатов исследования. При построении графиков следует выполнять нижеприведённые правила.

- Для минимизации погрешности отметки экспериментальных точек графики строятся на миллиметровой бумаге либо с применением специальных программ на компьютере. Размер графика не должен быть меньше половины тетрадного листа. График вклеивается в тетрадь.
- По горизонтальной оси откладывается независимая переменная, значение которой задаёт сам экспериментатор, по вертикальной оси – определяемая величина.
- Возле каждой оси указывается буквенное обозначение откладываемой величины и через запятую единицы их измерения, как это показано на рис. 1.6.1 маркер 1. В данном параграфе все маркеры относятся к рис. 1.6.1.
- Масштабы по осям координат выбираются независимо друг от друга таким образом, чтобы график занимал всё поле чертежа, а экспериментальные точки не сливались друг с другом. Начало осей необязательно должно быть связано с нулевыми значениями аргумента или функции.
- Масштаб должен быть простым. Метки масштаба расставляются вдоль всей оси (маркер 2), численные значения – через несколько меток (маркер 3).
- Экспериментальные точки чётко наносятся на график (маркер 4). Чтобы отличать данные, относящиеся к разным параметрам эксперимента, необходимо использовать разные значки (крестик, кружок, ромб и т.д.). Кривые нумеруются выносками, которые могут располагаться рядом с кривой или группироваться в легенду (маркер 5).
- Кривые по нанесённым точкам проводятся плавно, без изломов и перегибов как можно ближе ко всем экспериментальным точкам так, чтобы по обе стороны оказывалось приблизительно равное количество точек.
- Если на графике есть теоретическая зависимость, кривая через экспериментальные точки не проводится. На теоретической зависимости точки не ставятся (маркер 6).
- Каждый график должен иметь подрисуночную подпись, в которой содержится номер рисунка в тексте отчёта, название графика с указанием обозначений всех осей и параметров эксперимента (маркер 7), а также пояснение к легенде (маркер 8).

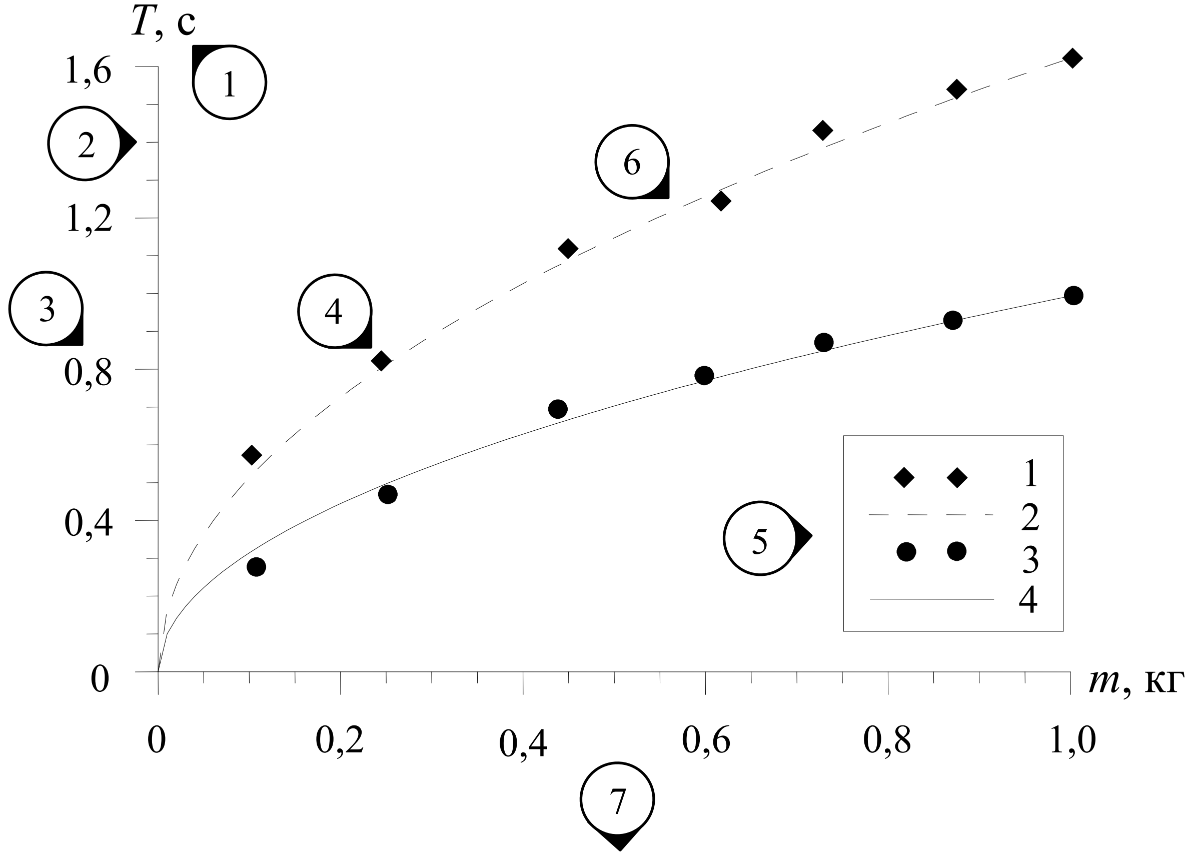

Рис. 1.1. Зависимости периода колебаний пружинного маятника *T* от массы груза *m* при различных значениях коэффициента жёсткости *k*:
1 – экспериментальные значения при $k = 15$ Н·м$^{-1}$;
2 – теоретическая зависимость для $k = 15$ Н·м$^{-1}$;
3 – экспериментальные значения при $k = 40$ Н·м$^{-1}$;
4 – теоретическая зависимость для $k = 40$ Н·м$^{-1}$;

8

Рис. 1.6.1. Пример графика с указанием основных элементов: 1 – буквенное обозначение величины, откладываемой по оси с указанием единиц измерения; 2 – масштабные деления; 3 – численное указание масштаба; 4 – экспериментальные точки; 5 – легенда; 6 – теоретическая зависимость; 7 – подрисуночная подпись; 8 – пояснение к легенде.

Б. Анализ

В данном разделе делаются выводы относительно полученных результатов: зависимостей, средних значений и погрешностей, производится сравнение полученных результатов с существующей теорией явления или результатами других авторов.

- Оценка расхождения экспериментальных результатов с другими данными характеризуется величиной, определяемой из соотношения

$$\delta_x = \frac{\left| x_{\text{эксп}} - x_{\text{теор}} \right|}{x_{\text{теор}}} \cdot 100\%, \tag{1.6.1}$$

где $x_{\text{эксп}}$ – экспериментально полученное значение; $x_{\text{теор}}$ – значение, известное из теории или из экспериментов других авторов.

- Анализ зависимости следует начинать с описания графика зависимости. На зависимости выделяются положение экстремумов, перегибов, участки монотонности с указанием характера зависимости на данном участке. Описание можно проводить, следуя схеме, представленной на рис. 1.6.2.

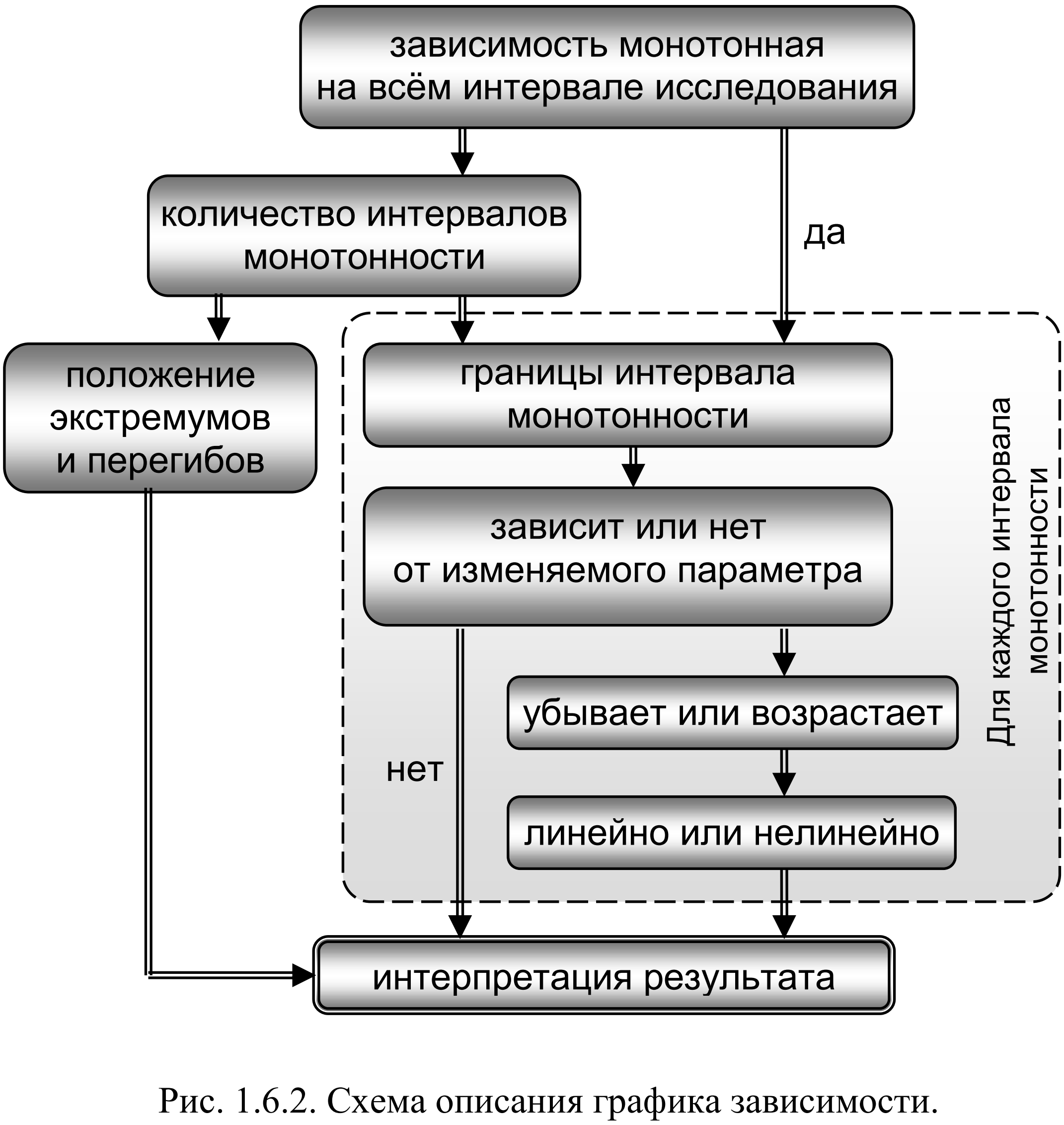

Рис. 1.6.2. Схема описания графика зависимости.

В. Интерпретация

Интерпретация результата заключается в указании механизмов, определяющих поведение изучаемой системы.

Для полученной зависимости необходимо интерпретировать каждый интервал монотонности, так как в этом интервале доминирует определённый механизм.

Если зависимость от параметра, изменяемого в эксперименте, содержит различные участки, то в исследуемом явлении присутствуют несколько механизмов, проявляющихся в зависимости от изменяемого параметра. При смене зависимости на экстремумах и перегибах происходит смена доминирующего механизма.

Идентифицировать доминирующие механизмы и объяснять их действие в изучаемом явлении следует с точки зрения существующей теории, если это возможно.

Если теория ещё не построена, или результаты исследования противоречат существующей теории, то полученные результаты исследования должны стать отправной точкой для нового исследования, целью которого могут быть проверка полученных результатов или построение новой теории. Таким образом, замыкается круг (см. рис. 1.1.1): достижение намеченной цели порождает новую цель.

Г. Заключение

В заключении подводятся итоги проделанной работы. Заключение должно содержать следующие элементы:

- краткие выводы по результатам выполнения как всей работы в целом, так и по отдельным этапам;
- оценку полноты решений поставленных задач.

В заключении указывается рекомендации по конкретному использованию результатов работы, оценка технико-экономического эффективности применения и научно-технического уровня выполнения работы в сравнении с лучшими достижениями в данной области.

2. Лабораторный практикум

2.1. Определение объёма твёрдого тела

А. Цели работы:

1. экспериментально определить геометрические параметры твёрдого тела;
2. рассчитать объём тела;
3. представить результаты в соответствие с требованиями ГОСТ.

Б. Приборы и принадлежности:

1. измеряемое тело – цилиндр;
2. штангенциркуль;

В. Методика определения объёма

Объём цилиндра $\bar{V}$ можно вычислить из соотношения

$$\bar{V} = \frac{\pi}{4}\bar{d}^2\bar{h} \qquad (2.1.1)$$

где $\bar{d}$ и $\bar{h}$ – средние значения диаметра и высоты цилиндра.

Диаметр и высота цилиндра определяются экспериментально.

Полная абсолютная погрешность определения объёма определяется по формуле:

$$\Delta V = \bar{V} \cdot \delta_V , \qquad (2.1.2)$$

где $\bar{V}$ – среднее значение объёма; δ_V – относительная погрешность в определении объёма, которая рассчитывается по соотношению

$$\delta_V = \sqrt{4\delta_d^2 + \delta_h^2 + \delta_\pi^2} \qquad (2.1.3)$$

здесь δ_d, δ_h, – полные относительные погрешности в определении диаметра и высоты цилиндра соответственно. Погрешности δ_d, δ_h и δ_π определяются по стандартной методике.

Г. Порядок выполнения работы

i) Определение диаметра цилиндра.

1. Подготовьте таблицу для записи результатов измерений диаметра цилиндра, аналогичную табл. 2.1.1. Подробную информацию по оформлению таблиц смотрите в пункте В параграфа 1.4.

Если при подготовке к работе планируется ручной расчёт случайной погрешности, то в таблицу вводится дополнительный столбец в соответствие с подпунктом Д.v параграфа 1.4, как это сделано в табл. 2.1.2.

Таблица 2.1.1

Результаты измерений диаметра цилиндра

№ п.п.	d_i, мм
1 2 … n	

Таблица 2.1.2

Результаты измерений диаметра цилиндра

№ п.п.	d_i, мм	$(d_i - \bar{d}\,)^2$
1 2 … n		
Сумма		
Среднее значение		

2. Измерьте диаметр цилиндра штангенциркулем в 7 разных местах. Результат каждого измерения занесите в таблицу. Методика измерения размеров штангенциркулем приведена в приложении 1.
3. Вычислите среднее значение диаметра по соотношению (1.4.2).
4. Полную абсолютную погрешность при измерении диаметра оцените по стандартной методике, описанной в пункте Д параграфа 1.4.

4.1. Сначала по табл. 1.4.1 определите погрешности прибора и округления. Для удобства в последнем столбце рассчитаны суммы квадратов этих погрешностей для надёжности $\alpha = 0{,}95$.

4.2. Вычислите случайную погрешность. Методика Стьюдента и способы расчёта случайной погрешности приведены в подпунктах Д.iv и Д.v параграфа 1.4.

4.3. Полную абсолютную погрешность в определении диаметра рассчитайте по формуле (1.4.5).

4.4. Оцените полную относительную погрешность по формуле (1.4.3).

4.5. Результат измерения диаметра представьте в виде доверительного интервала (1.4.1) и (1.4.4).

ii) Определение высоты цилиндра

Порядок измерения высоты цилиндра, обработки и представления результатов идентичен описанному в предыдущем пункте.

iii) Определение объёма цилиндра

Объём цилиндра рассчитайте по соотношению (2.1.1). Оцените погрешность по формулам (2.1.2) и (2.1.3). Результат расчёта представьте в виде доверительного интервала (1.3.1) и (1.3.4).

iv) Заключение

Дайте заключение о проделанной работе. Элементы, которые должны быть отражены в заключении, описаны в пункте Г параграфа 1.7.

Д. Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определения понятиям: значащие цифры, надёжность, доверительный интервал, среднее значение, абсолютная погрешность, относительная погрешность.
2. Что такое погрешность прибора, как её найти, как уменьшить?
3. Что такое погрешность округления, как её найти, как уменьшить?
4. Что такое случайная погрешность, как её найти, как уменьшить?
5. Что такое полная погрешность, как её найти, как уменьшить?
6. В проделанной лабораторной работе относительная погрешность в определении объёма цилиндра определялась по формуле (2.1.3), которая является следствием общей формулы (1.5.4). Получите формулу расчёта погрешности в определении объёма из упрощённого соотношения (1.5.3) и оцените погрешность по полученному соотношению. Каково различие между результатами?
7. Выведите формулу расчёта погрешности в определении объёма параллелепипеда.
8. Чтобы определить объём тела сложной формы применяют метод вытеснения: исследуемое тело погружают в жидкость и по величине подъёма уровня жидкости рассчитывают объём тела. Как рассчитать объём V и погрешность в определении объёма тела ΔV для цилиндрической мензурки диаметром d?
9. Измерения объема бассейна дали следующие результаты: длина $l_1 = (12{,}0 \pm 0{,}2)$ м, ширина $l_2 = (2{,}000 \pm 0{,}002)$ м, высота $h = (1{,}50 \pm 0{,}03)$ м. Плотность воды $\rho = (1000 \pm 2)$ кг/м^3. Найдите массу воды и оцените погрешность.

2.2. Определение коэффициента динамической вязкости методом Стокса

Введение

При движении жидкости между ее соседними слоями, движущимися с разными скоростями, возникают силы внутреннего трения, действующие таким образом, чтобы уравнять скорости всех слоев. Работа сил трения приводит к диссипации механической энергии, и проявляется в различных областях: лобовое сопротивление при движении тел в жидкости и газе, торможение потока жидкости в трубе и др.

На замене сухого трения на внутреннее основано применение смазок.

Численной характеристикой внутреннего трения является коэффициент динамической вязкости. В настоящей работе для определения коэффициента динамической вязкости будет применён метод Стокса.

Метод Стокса широко применяется в технике для разделения по размеру или плотности твёрдых частиц, взвешенных в жидкости, в металлургии для определения скорости всплывания шлаковых частиц в расплавленной стали или чугуне.

А. Цель работы – определить коэффициент динамической вязкости водного раствора глицерина при комнатной температуре.

Б. Приборы и принадлежности:

1. прозрачный цилиндр с исследуемой жидкостью;
2. зонды-шарики;
3. микрометр;
4. секундомер;
5. миллиметровая линейка.

В. Методика измерений

i) Основные понятия

Коэффициент динамической вязкости численно равен силе внутреннего трения, возникающей на каждой единице поверхности соприкосновения двух слоёв, движущихся относительно друг друга с градиентом скорости, равным единице.

Закон вязкого трения Ньютона определяет силу трения между двумя слоями жидкости или газа:

$$dF = \eta \frac{\partial v}{\partial n} dS, \qquad (2.2.1)$$

где η – коэффициент динамической вязкости; $\dfrac{\partial v}{\partial n}$ – модуль градиента скорости в направлении нормали к элементарной площадке dS.

Градиент скорости – вектор, численно равный изменению модуля скорости на единице длины и направленный в сторону скорейшего роста скорости.

Линия тока – линия, касательная, в каждой точке которой, в данный момент времени совпадает по направлению с вектором скорости жидкости в этой точке.

Ламинарным называется течение, при котором каждый выделенный тонкий слой потока скользит относительно соседних, не перемешиваясь с ними.

ii) Метод Стокса

Схема экспериментальной установки для определения коэффициента вязкости показана на рис. 2.2.1, а.

В прозрачный сосуд с исследуемой жидкостью 1 опускают зонды-шарики 2. При движении в жидкости зонды инициируют процессы внутреннего трения следующим образом.

1. Молекулы исследуемой жидкости притягиваются к молекулам металла и прилипают к поверхности зонда, образуя пограничный слой. Пограничный слой движется вместе с зондом и покоится относительно него.
2. На рис. 2.2.1, б показано движение жидкости около зонда в системе отсчёта, связанной с самим зондом. Скорости слоёв жидкости обозначены чёрными стрелками, длина стрелки характеризует модуль скорости. Чем дальше от поверхности зонда, тем выше скорость набегающей жидкости. Из-за различия скоростей между слоями жидкости на элементарных площадках 6 возникают силы внутреннего трения, определяемые законом вязкого трения Ньютона (2.2.1). Таким образом, жидкость в сосуде взаимодействует с такой же жидкостью, находящейся в пограничном слое.
3. Суммарная сила, возникающая при взаимодействии слоёв жидкости, движущихся с различными скоростями, препятствует движению зонда. На шар, движущийся в бесконечном объёме жидкости, при ламинарном режиме обтекания сила сопротивления описывается **формулой Стокса**:

$$F_{\text{сопр}} = 6\pi r \eta v, \qquad (2.2.2)$$

где r – радиус шара; v – скорость потока.

Из формулы (2.2.2) видно, что сила сопротивления пропорциональна коэффициенту вязкости жидкости и скорости движения зонда. Таким образом, при известном размере зонда, скомпенсировав силу сопротивления и измерив скорость, можно определить коэффициент вязкости жидкости.

В лабораторной системе отсчёта, на зонд, движущийся в жидкости, действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила Архимеда $\vec{F}_{\text{Арх}}$, и сила сопротивления $\vec{F}_{\text{сопр}}$, определяемая по соотношению (2.2.2). Направление действия сил показано на рис. 2.2.1, в.

Второй закон Ньютона для зонда в проекции на ось Oy (рис. 2.2.1, в) имеет вид:

$$m\frac{dv}{dt} = mg - \rho_{\text{ж}} gV - 6\pi r\eta v\,. \tag{2.2.3}$$

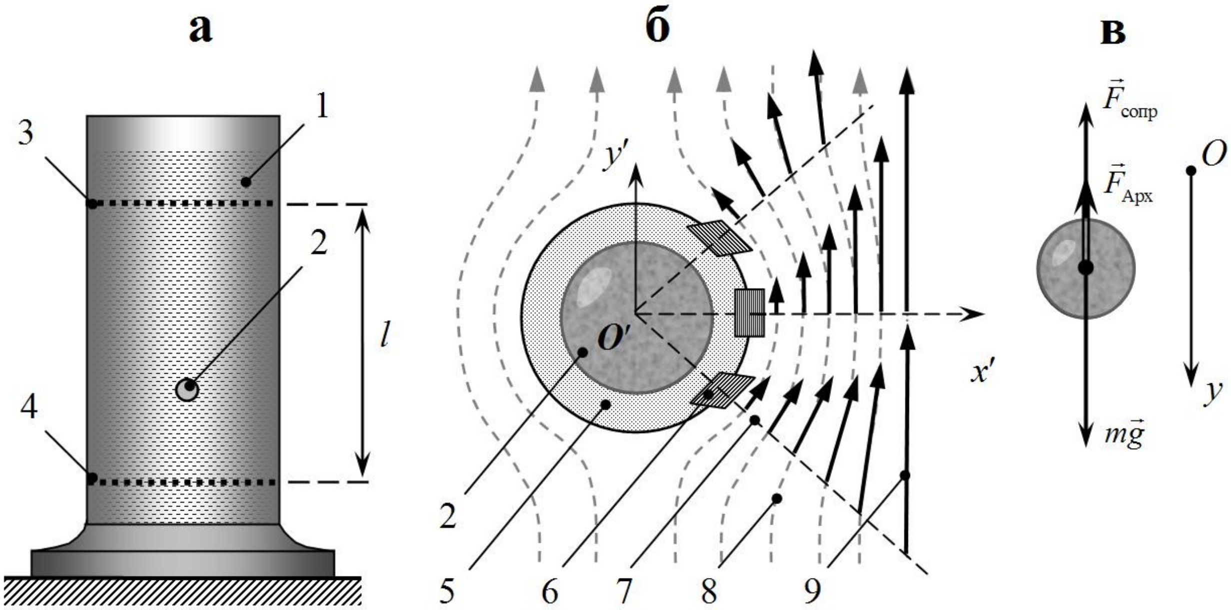

Рис. 2.2.1. Определение коэффициента динамической вязкости методом Стокса: а – общий вид экспериментальной установки; б – линии тока при ламинарном обтекании сферы; в – силы, действующие на зонд-шарик. 1 – сосуд с исследуемой жидкостью; 2 – зонд-шарик; 3, 4 – метки начала и конца отсчёта времени; 5 – пограничный слой; 6 – элементарная площадка, на которой пограничный слой взаимодействует с набегающим потоком; 7 – нормаль к элементарной площадке; 8 – линия тока; 9 – вектор скорости жидкости в системе отсчёта, связанной с зондом.

Скорость зонда будет изменяться до тех пор, пока не достигнет установившегося значения $v_{уст}$, при котором сила тяжести скомпенсирует силы Архимеда и сопротивления:

$$0 = mg - \rho_ж gV - 6\pi r\eta v_{уст}. \qquad (2.2.4)$$

Выразив из уравнения (2.2.4) коэффициент вязкости имеем

$$\eta = \frac{(\rho - \rho_ж)Vg}{6\pi r v_{уст}}. \qquad (2.2.5)$$

Принимая $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, $r = \frac{d}{2}$, $v_{уст} = \frac{l}{t}$, где d – диаметр зонда; l – длина участка равномерного движения, t – время движения, имеем соотношение, которое может быть использовано для определения коэффициента вязкости:

$$\eta = \frac{(\rho - \rho_ж)g}{18l} \cdot d^2 t. \qquad (2.2.6)$$

iii) Эксперимент

Для определения коэффициента динамической вязкости необходимо провести три прямых измерения: измерить диаметр зонда, длину участка равномерного движения и время движения зонда на этом участке, а также одно косвенное – расчёт коэффициента вязкости по соотношению (2.2.6).

Коэффициент динамической вязкости определяется независимо в каждом опыте, поэтому погрешность в его определении рассчитывается как случайная погрешность для серии прямых измерений (1.4.9).

Г. Экспериментальное определения коэффициента вязкости

i) Исходные данные и единичные измерения

- T, °С – температура, при которой определён коэффициент вязкости;
- ρ = 7800 кг/м^3 – плотность материала зонда;
- $\rho_ж$ = 1260 кг/м^3 – плотность исследуемой жидкости;
- l, м – длина участка, на котором измеряется время движения.

ii) Серийные измерения

Проведите 7 – 10 экспериментов по определению коэффициента вязкости. Результаты экспериментов представьте в виде таблицы.

1. **Выбирайте зонды правильной сферической формы.**
2. **Если к зонду прицепился пузырёк воздуха, отбросьте результат как промах.**
3. **Зонд должен двигаться вдали от стенки сосуда, если зонд тонет рядом со стенкой, отбросьте результат как промах.**

iii) Обработка и анализ результата

Результаты измерений коэффициента динамической вязкости представьте в соответствие с требованиями ГОСТ. Сравните полученный результат с результатами других авторов. Дайте заключение о проделанной работе.

Д. Контрольные вопросы и задания

1. Что такое вязкость жидкости? Объясните возникновение сил вязкого трения.
2. Дайте определения понятиям и поясните их физический смысл: коэффициент динамической вязкости, линия тока, ламинарное течение.
3. Сформулируйте следующие законы: закон Ньютона для вязкого трения, закон Архимеда.
4. Запишите уравнение Стокса для силы сопротивления. Объясните его связь с законом вязкого трения Ньютона.
5. В чём заключается метод Стокса для определения коэффициента динамической вязкости жидкости? Выведите расчётную формулу.
6. Коэффициент вязкости в настоящей работе определяется косвенно, прямо измеряются диаметр зонда, время его движения и длина пути. Почему коэффициент вязкости нельзя рассчитывать по средним значениям диаметра и времени? Почему погрешность косвенного измерения рассчитывается в данном случае как погрешность серии прямых, а не через погрешности прямых измерений диаметра и времени?
7. Поясните физический смысл ограничений подпункта Г, ii.
8. Как, используя метод Стокса, можно разделить по размеру или плотности твёрдые частицы?

Е. Рекомендуемая литература

1. [1] §1.1, 2.5, 7.10, 7.14 – 7.16.
2. [2] §1.1, 1.2, 2.1.
3. [3] §1.2, 1.3, 2.2 – 2.5, 10.7 – 10.9.
4. [4] §3, 4, 9, 72, 75 – 78.
5. [5] §2, 3, 6, 28 – 33.

2.3. Определение главного момента инерции симметричного тела. Динамический метод

Введение

Плоским вращательным называется движение, при котором все точки твёрдого тела описывают окружности, причём центры их лежат на прямой, называемой осью вращения, а плоскости описываемых кругов совпадают или параллельны друг другу.

Вращательное движение широко применяется в различных областях техники. Например, при движении автомобиля у него вращаются колёса, вал, большое количество различных шестерён. На свойстве вращающегося симметричного тела сохранять ориентацию оси вращения основано применение гироскопов в навигационных приборах.

Мерой инертности тела при вращательном движении является момент инерции тела. В настоящей работе представлена методика определения главного момента инерции симметричного твёрдого тела, основанная на применении основного закона динамики вращательного движения.

А. Цели работы:

1. экспериментально определить момент инерции маятника Обербека относительно оси свободного вращения;
2. рассчитать момент инерции теоретически;
3. установить зависимость момента инерции от расстояния подвижных грузов от оси вращения.

Б. Приборы и принадлежности:

1. симметричное твёрдое тело – маятник Обербека;
2. секундомер;
3. штангенциркуль;
4. линейка.

В. Методика определения момента инерции

i) Основные понятия

Абсолютно твёрдое тело – тело, у которого расстояние между любыми двумя частицами остаётся неизменным.

Момент инерции материальной точки относительно оси – физическая величина I, равная произведению массы материальной точки системы на квадрат расстояния до рассматриваемой оси:

$$I = m r^2 . \qquad (2.3.1)$$

Момент инерции тела относительно оси – физическая величина I, равная сумме произведений масс n материальных точек системы на квадраты их расстояний до рассматриваемой оси:

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 . \qquad (2.3.2)$$

Теорема Штейнера: момент инерции тела I относительно произвольной оси равен моменту его инерции I_C относительно параллельной оси, проходящей через центр масс C тела, сложенному с произведением массы m тела на квадрат расстояния b между осями:

$$I = I_C + mb^2 . \qquad (2.3.3)$$

Момент силы относительно точки – псевдовектор, равный векторному произведению радиуса вектора $\vec{r}$, проведённого к точке приложения силы на силу $\vec{F}$:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} . \qquad (2.3.4)$$

Оси свободного вращения (главные оси инерции) – оси, которые не изменяют своего положение в пространстве без действия на них внешних сил.

Главный момент инерции – момент инерции, определённый относительно оси свободного вращения.

Основное уравнение динамики вращательного движения:

$$\vec{M} = I \cdot \vec{\varepsilon} , \qquad (2.3.5)$$

где I – момент инерции относительно главной оси; $\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение.

ii) Описание экспериментальной установки

В настоящей работе будет определён момент инерции крестового маятника Обербека, внешний вид которого представлен на рис. 2.3.1. Момент инерции маятника Обербека зависит от положения подвижных грузов 1, закреплённых на спицах 2 при помощи винтов 3.

Втулка 4 имеет шкив, на который наматывается нить 5. К свободному концу нити привязан груз 6, под действием которого маятник приходит в равноускоренное вращательное движение вокруг своей оси. Трение между втулкой и неподвижным основанием мало благодаря установленным подшипникам. Для установки груза 6 на определенной высоте предусмотрен указатель 7.

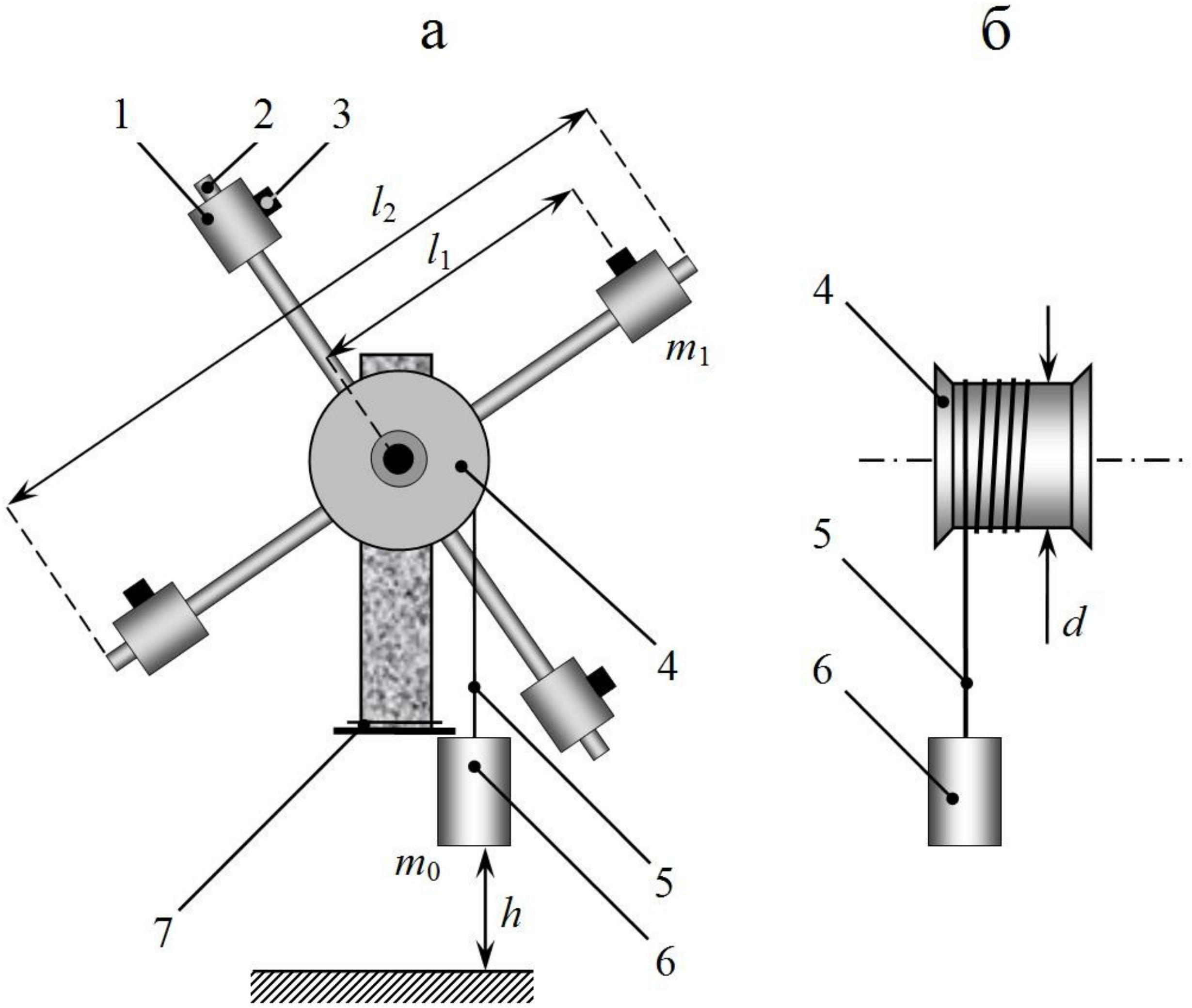

Рис. 2.3.1. Маятник Обербека: а – фронтальный вид; б – вид сбоку на шкив. 1 – подвижный груз; 2 – спица; 3 – винт, фиксирующий подвижный груз; 4 – втулка со шкивом; 5 – нить; 6 – подвес; 7 – указатель начального положения подвеса.

iii) Экспериментально определение главного момента инерции

Определение момента инерции построено на применении основного уравнения динамики вращательного движения (2.3.5), из которого следует

$$I = \frac{M}{\varepsilon}, \tag{2.3.6}$$

где M - момент силы натяжения T нити; ε - угловое ускорение маятника.

Нить натянута перпендикулярно радиусу, следовательно, момент силы натяжения нити вычисляется из выражения:

$$M = R \cdot T \tag{2.3.7}$$

где R - радиус шкива.

Сила натяжения T может быть найдена из второго закона Ньютона, записанного для подвеса 6:

$$m_0 a = m_0 g - T\,. \tag{2.3.8}$$

где m_0 - масса подвеса, a – ускорение, с которым он опускается.

Ускорение, с которым движется подвес, равно тангенциальному ускорению точек обода шкива. Тангенциальное ускорение точек обода шкива связано с его угловым ускорением следующим соотношением:

$$a = R \cdot \varepsilon\,. \tag{2.3.9}$$

При равноускоренном движении ускорение подвеса можно определить из соотношения

$$a = \frac{2h}{t^2}, \tag{2.3.10}$$

где h – путь, пройденный подвесом; t – время движения.

Подстановка соотношений (2.3.7 – 2.3.10) в уравнение (2.3.6) даёт следующее выражение для момента инерции

$$I = m_0 R^2 \left(\frac{g t^2}{2h} - 1 \right). \tag{2.3.11}$$

В лабораторной установке подвес проходит путь $h \approx 1{,}5$ м за время $t \approx 10$ с. В таких условиях вычитаемое в скобках много больше 1, которой пренебрежём, и получим выражение пригодное для экспериментального определения момента инерции:

$$I = \frac{m_0\, g\, d^2}{8h} \cdot t^2. \qquad (2.3.12)$$

здесь $d = 2R$ – диаметр шкива.

iv) Эксперимент

Момент инерции рассчитывается по формуле (2.3.12). Масса подвеса m_0, диаметр шкива d, проходимый путь h и время движения t определяются экспериментально.

Поскольку масса подвеса, диаметр шкива, время движения подвеса и проходимый им путь определяются независимо, погрешность в определении момента инерции по вышеописанной методике рассчитывается как погрешность косвенного измерения, включающая погрешность всех прямых измерений. Методика расчета погрешности косвенных измерений изложена в пункте Г параграфа 1.5.

v) Теоретический расчёт момента инерции маятника Обербека

Маятник Обербека, представленный на рис. 2.3.1, а – тело сложной формы. Момент инерции – величина аддитивная, следовательно, его можно рассчитать как сумму моментов инерции частей, из которых состоит маятник Обербека: втулки со шкивом, грузов и спиц.

Для расчёта примем следующие допущения:

1. втулка со шкивом – твёрдое тело моментом инерции I_0;
2. грузы на спицах – материальные точки моментом инерции $I_1 = m_1 l_1^2$;
3. пара спиц – длинный стержень моментом инерции $I_2 = \frac{1}{12} m_2 l_2^2$, где

m_2 – масса пары спиц.

Таким образом, момент инерции маятника Обербека рассчитывается по соотношению

$$I = I_0 + 4I_1 + 2I_2 \qquad (2.3.13)$$

или с учётом допущений

$$I = I_0 + 4 \cdot m_1 l_1^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{12} m_2 l_2^2 \right). \qquad (2.3.14)$$

Г. Определение момента инерции динамическим методом

i) Исходные данные и единичные измерения

для экспериментального определения

- m_0, кг – масса подвеса;
- h, м – путь, на котором измеряется время движения подвеса;
- d, м – диаметр шкива;

для теоретического расчёта

- I_0 = 0,007 кг·м^2 – момент инерции втулки со шкивом;
- m_1 = 0,129 кг – масса подвижного груза;
- l_1, м – расстояние от центра до подвижных грузов;
- m_2 = 0,164 кг – масса пары спиц;
- l_2 = 0,47 м – длина пары спиц.

ii) Серийные измерения

Проведите 7 – 10 экспериментов по определению времени движения подвеса. Результаты экспериментов представьте в виде таблицы.

1. **Спицы и подвижные грузы надёжно закрепляйте.**
2. **Маятник Обербека должен быть сбалансирован: маятник находится в безразличном равновесии в двух положениях, как это показано на рис. 2.3.2.**
3. **Следите, чтобы во время эксперимента нить равномерно наматывалась и разматывалась со шкива, без рывков.**
4. **При движении вниз нить с подвесом должна быть натянута вертикально и не касаться других деталей установки.**

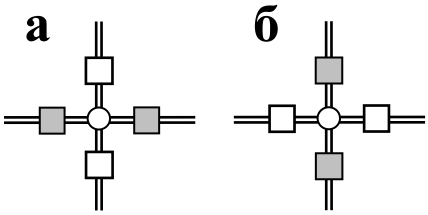

Рис. 2.3.2. Проверка балансировки маятника Обербека. Маятник находится в безразличном равновесии в положении (а) и при повороте на 90° (б).

iii) Обработка и анализ результатов

Рассчитайте момент инерции маятника Обербека и оцените погрешность косвенных измерений. Результаты определения момента инерции маятника Обербека представьте в соответствие с требованиями ГОСТ.

Рассчитайте теоретический момент инерции для того же положения грузов.

Оцените расхождение теоретического и практического результатов.

Интерпретируйте полученное расхождение.

Д. Установление зависимости момента инерции от расстояния подвижных грузов от оси вращения

Устанавливая подвижные грузы приблизительно на одном расстоянии от оси вращения, определите момент инерции для нескольких положений подвижных грузов.

Полученные результаты представьте в виде таблицы и графически.

Интерпретируйте полученную зависимость.

Дайте заключение о проделанной работе.

Е. Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определения понятиям и поясните их физический смысл: абсолютно твёрдое тело, момент инерции, ось свободного вращения, момент силы, плечо силы.
2. В чем состоит теорема Штейнера? Приведите пример её использования.
3. Запишите основное уравнение динамики вращательного движения.
4. В чём заключается метод определения момента инерции? Выведите расчётную формулу.
5. Оцените величину методической погрешности, вызванной пренебрежением слагаемого в соотношении (2.3.11).
6. Выведите и запишите формулу для расчёта погрешности определения момента инерции динамическим методом.
7. Поясните физический смысл ограничений подпункта Г, ii.
8. Можно ли применять предложенный в настоящей работе метод для определения неглавных моментов инерции? Почему?

Е. Рекомендуемая литература

1. [1] §1.1, 1.2, 2.5, 3.1, 3.2.
2. [2] §1.1, 1.2.
3. [3] §1.2, 1.3, 2.2 – 2.5, 4.1 – 4.3.
4. [4] §3, 4, 9, 36 – 44.
5. [5] §2, 3, 6, 16 – 20.

2.4. Определение ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника

Введение

Каждое тело создаёт вокруг себя силовое поле – поле тяготения. Напряжённость этого поля в любой его точке характеризует силу, которая действует на находящееся в этой точке другое тело.

Любые процессы в природе и технике протекают в присутствии силовых полей: гравитационного, электрического, магнитного. Интенсивность протекания и результат процесса зависят от напряжённости окружающих силовых полей.

В данной работе представлена методика определения величины, характеризующей силовое гравитационное поле, – ускорения свободного падения через период колебаний физического маятника.

А. Цели работы:

1. экспериментально установить зависимости периода колебаний от конфигурации физического маятника;
2. определить ускорение свободного падения на широте г. Перми.

Б. Приборы и принадлежности:

1. оборотный маятник;
2. математический маятник;
3. секундомер;
4. линейка.

В. Методика определения ускорения свободного падения

i) Основные понятия

Закон всемирного тяготения: два тела притягиваются друг к другу с силой, пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними

$$F = G\frac{Mm}{r^2}, \qquad (2.4.1)$$

где G = 6,672·10^{-11} м^3/(кг·с^2) – гравитационная постоянная; M и m – массы тел, r – расстояние между телами.

Напряжённость гравитационного поля – векторная величина, направление которой определяется направлением гравитационной силы, а численное значение формулой

$$g = \frac{GM}{r^2}. \tag{2.4.2}$$

Напряжённость гравитационного поля совпадает по величине, направлению и единицам измерения с ускорением свободного падения, хотя по смыслу это разные величины. Напряжённость поля характеризует свойства пространства в данной точке, сила и ускорение появляются только тогда, когда в данной точке находится пробное тело.

Период колебаний – время, за которое совершается одно полное колебание. Период колебаний может быть вычислен по формуле

$$T = \frac{t_N}{N}, \tag{2.4.3}$$

где N – число колебаний; t_N – время, за которое совершается N колебаний.

Центр качания – точка на физическом маятнике, сопряжённая с точкой подвеса. Сопряжённость заключается в неизменности периода колебаний при последовательном подвешивании физического маятника за центр качаний или точку подвеса. Расстояние между точкой подвеса и центром качаний соответствует приведённой длине физического маятника.

ii) Описание экспериментальной установки и методики определения ускорения свободного падения

Оборотный физический маятник представляет собой стержень 1, на котором закреплены две опорные призмы 2 и неподвижный груз-чечевица 3. Груз-чечевицу 4 можно перемещать вдоль стержня, фиксируя положение винтом 5 и отмечая координату по шкале 6. Во время измерений маятник устанавливается опорными призмами на кронштейн 7. На кронштейне смонтирована катушка 8 для регулировки длины математического маятника 9.

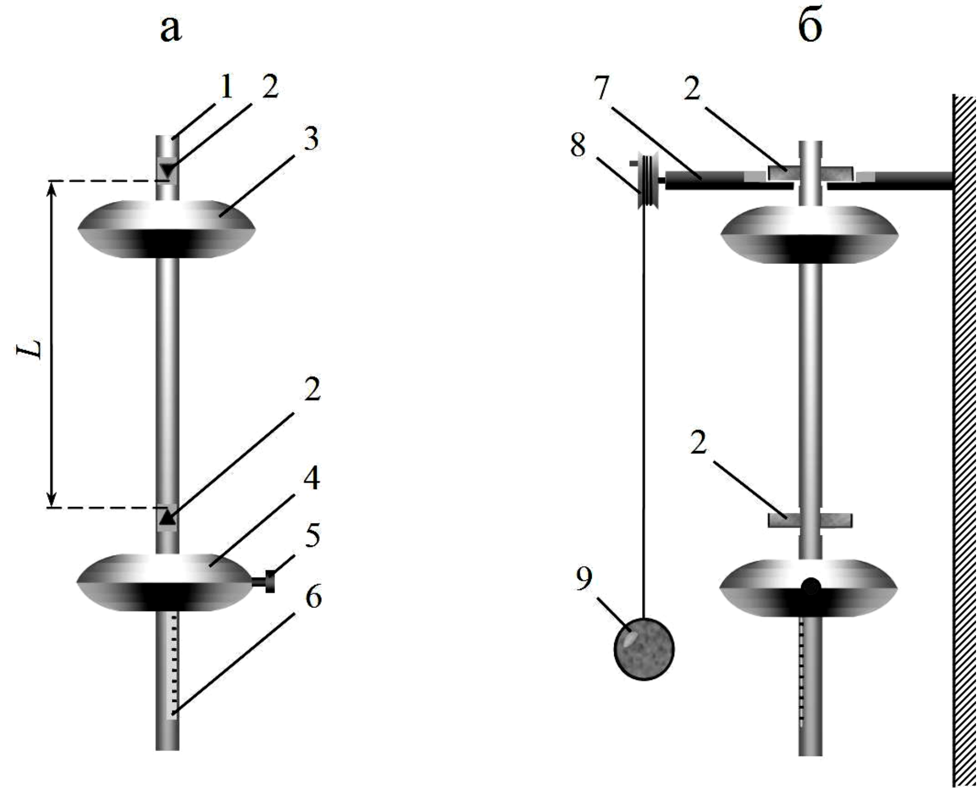

Рис. 2.5.1. Оборотный маятник: а – основные элементы; б – экспериментальная установка. 1 стержень; 2 – опорные призмы; 3 – неподвижный груз-чечевица; 4 – подвижный груз-чечевица; 5 – фиксирующий винт подвижной чечевицы; 6 – измерительная шкала; 7 – кронштейн; 8 – катушка; 9 – математический маятник.

Экспериментальное определение ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника построено на применении соотношения, связывающего период колебаний физического маятника T_0 с его приведённой длиной L и ускорением свободного падения g:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}, \qquad (2.4.4)$$

откуда

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T_0^2}. \qquad (2.4.5)$$

Таким образом, определив период колебаний физического маятника и его приведённую длину, по соотношению (2.4.5) можно рассчитать ускорение свободного падения.

Период колебаний маятника определяется по соотношению (2.4.3).

Нахождение приведённой длины оборотного физического маятника основано на сопряжённости точки подвеса и центра качаний.

Поскольку в применяемом оборотном маятнике опорные призмы неподвижны, задача эксперимента состоит в нахождении такого положения x_0 подвижного груза, при котором период колебаний будет одинаковым при качаниях маятника на обеих опорных призмах. При такой конфигурации оборотного маятника точка подвеса и центр качаний совпадут с обращёнными к центру рёбрами опорных призм, а расстояние между рёбрами опорных призм соответствует приведённой длине L маятника (рис. 2.4.1, а). В положении подвижного груза-чечевицы x_0 определяется период колебаний T_0, который вместе с приведённой длиной L подставляется в формулу (2.4.5) для определения ускорения свободного падения.

iii) Эксперимент

Практический поиск конфигурации оборотного маятника, при которой расстояние между обращёнными к центру рёбрами опорных призм равно приведённой длине, и соответствующего этой конфигурации периода происходит следующим образом. Сначала снимаются зависимости периодов колебаний маятника от положения подвижного груза для каждой из опорных призм. Затем строятся графики этих зависимостей (рис. 2.4.2), точка пресечения графиков даёт значение периода колебаний T_0.

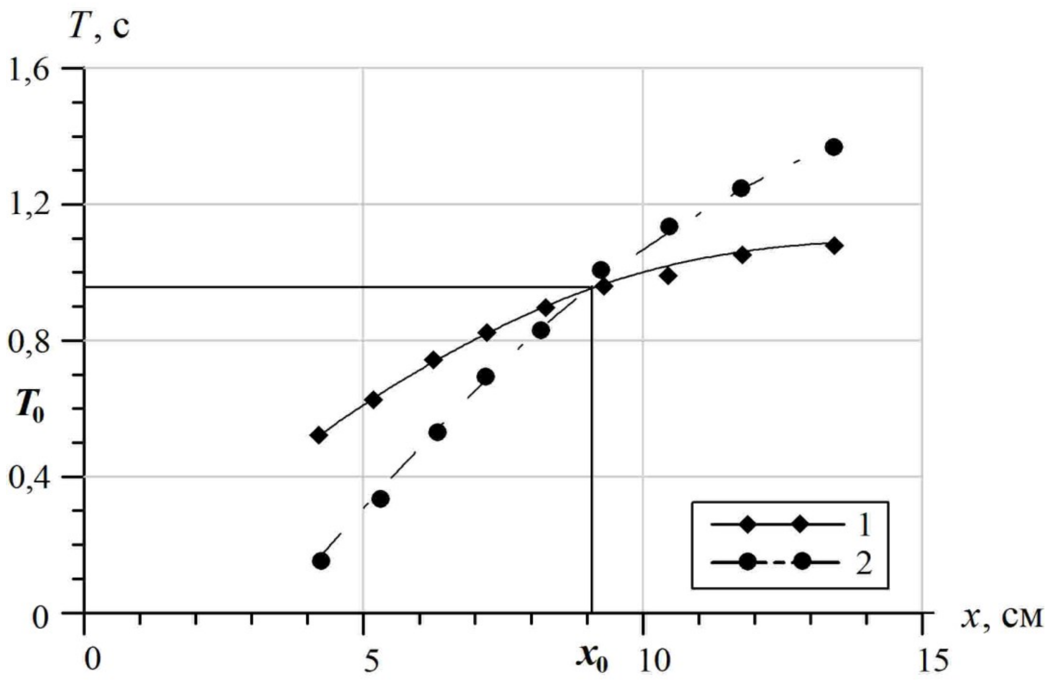

Рис. 2.4.2. Зависимости периодов колебаний T оборотного маятника от координаты x подвижного груза-чечевицы при колебаниях на разных опорных призмах: 1 – призма А; 2 – призма Б.

Погрешность в определении ускорения свободного падения рассчитывается как погрешность косвенных измерений и включает в себя погрешности в определении приведённой длины маятника и периода колебаний.

Погрешность в определении приведённой длины маятника рассчитывается как погрешность прямых измерений.

Погрешности в определении периода колебаний необходимо оценить по графику зависимости периода колебаний от положения груза. Методику оценки обсудите с преподавателем.

Г. Порядок выполнения работы

i) Исходные данные и единичные измерения

L, м – расстояние между обращёнными к центру рёбрами опорных призм, это расстояние соответствует приведённой длине физического маятника.

ii) Серийные измерения

Снимите зависимости периода колебаний T от положения подвижного груза-чечевицы x для колебаний на обеих опорных призмах. Результаты экспериментов представьте в виде таблицы и графиков (2.4.2).

1. **Амплитуда колебаний должна быть малой, угол отклонения от положения равновесия не должен превышать 8°.**
2. **Маятник должен колебаться в одной плоскости.**

N. B. Для уменьшения погрешности период колебаний маятника определяется по большому числу колебаний 30 ÷ 50. Число колебаний в серийных измерениях периода должно быть постоянным, чтобы величина погрешности не изменялась от измерения к измерению.

N. B. Отсчет времени лучше начинать после того, как маятник совершит несколько колебаний.

iii) Определение ускорения свободного падения

По пересечению графиков зависимостей периода колебаний от положения подвижного груза-чечевицы определите период T_0.

По формуле (2.4.5) определите ускорение свободного падения.

Результаты определения периода T_0 и ускорения свободного падения представьте в соответствие с требованиями ГОСТ.

iv) Проверка результатов определения периода T_0

Установите подвижный груз-чечевицу в положение x_0, при котором расстояние между обращёнными к центру рёбрами опорных призм соответствует приведённой длине.

Установите длину математического маятника равной приведённой длине физического маятника.

Если колебания оборотного маятника при качаниях на обеих опорных призмах синхронны с колебаниями математического маятника, положение x_0 для физического маятника и период колебаний T_0 определены верно.

Д. Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определения понятиям и поясните их физический смысл: гармонические колебания, амплитуда, период колебаний, частота, фаза, начальная фаза, физический и математический маятники, приведённая длина физического маятника, центр качаний.
2. Как изменяются при гармонических колебаниях смещение, скорость, ускорение, амплитуда колебаний, период и частота?
3. Запишите дифференциальное уравнение колебаний физического маятника и его решение, поясните какие величины входят в эти уравнения, каков их физический смысл?
4. Дайте определения понятиям и поясните их физический смысл: закон всемирного тяготения, напряжённость силового поля, консервативные и диссипативные силы, потенциал, потенциальная энергия, потенциальное поле, закон сохранения энергии.
5. Поясните физический смысл ограничений подпункта Г, ii.
6. Выведите и запишите формулу для расчёта погрешности определения ускорения свободного падения при помощи оборотного маятника.
7. В чём заключается метод определения ускорения свободного падения при помощи оборотного маятника?

Е. Рекомендуемая литература

1. [1] §1.1, 2.5, 2.9, 4.1 – 4.7, 5.1 – 5.3.
2. [2] §1.1 – 1.3.
3. [3] §1.2, 1.3, 2.2 – 2.5, 3.1 – 3.4, 5.2, 6.3, 27.1 – 27.2.
4. [4] §3, 4, 9, 16, 18 – 24, 49, 50, 53, 54.
5. [5] §2, 3, 6, 11 – 14, 22 – 26, 140 – 142.

2.5. Определение главного момента инерции тела произвольной формы. Колебательный метод.

Введение

Колебаниями называются движения или процессы, которые характеризуются определённой повторяемостью во времени.

Колебательные процессы широко распространены в природе и технике, например, качание маятника часов, переменный электрический ток и т. д. Физическая природа колебаний может быть различной, но колебательные процессы описываются одинаковыми характеристиками и уравнениями.

Величины, характеризующие колебания, пропорциональны геометрическим, массовым, электрическим или другим параметрам системы. Поэтому, измерив колебательные характеристики, можно определить указанные параметры. В настоящей работе представлена методика определения главного момента инерции твёрдого тела произвольной формы через колебательную характеристику – период колебаний.

А. Цели работы:

1. определить моменты инерции несимметричного твёрдого тела относительно осей, походящих через точки подвеса;
2. определить главный момент инерции несимметричного твёрдого тела.

Б. Приборы и принадлежности:

1. исследуемое тело;
2. кронштейн для подвешивания тела;
3. секундомер;
4. линейка;
5. математический маятник.

B. Методика определения момента инерции

i) Основные понятия

Незатухающие колебания – колебания, которые происходят с постоянной амплитудой. Такие колебания имеют место при малых потерях энергии и малом времени наблюдения.

Амплитуда – максимальное отклонение от положения равновесия.

Период колебаний – время, за которое совершается одно полное колебание. Период колебаний может быть вычислен по формуле

$$T = \frac{t_N}{N}, \tag{2.5.1}$$

где N – число колебаний; t_N – время, за которое совершается N колебаний.

Физический маятник – абсолютно твердое тело, которое может колебаться под действием силы тяжести вокруг горизонтальной оси, не проходящей через центр масс.

Приведённая длина физического маятника – длина математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом колебаний данного физического маятника. Приведённая длина определяется по формуле:

$$L = \frac{I}{mb} \tag{2.5.2}$$

где I – момент инерции физического маятника, относительно оси, проходящей через точку подвеса; m – масса маятника; b – расстояние от точки подвеса до центра масс.

Математический маятник – идеализированная система, состоящая из материальной точки, подвешенной на невесомой нерастяжимой нити, и колеблющаяся под действием силы тяжести.

ii) Описание экспериментальной установки

Исследуемое тело – металлическая пластина с двумя вырезами, момент инерции которой необходимо измерить, представлена на рис. 2.5.1.

Для уменьшения трения и износа пластина снабжена специальными подставками 2, которые фиксируют положение осей колебаний O_1 и O_2 на кронштейне 3.

На кронштейне может быть подвешен математический маятник 4.

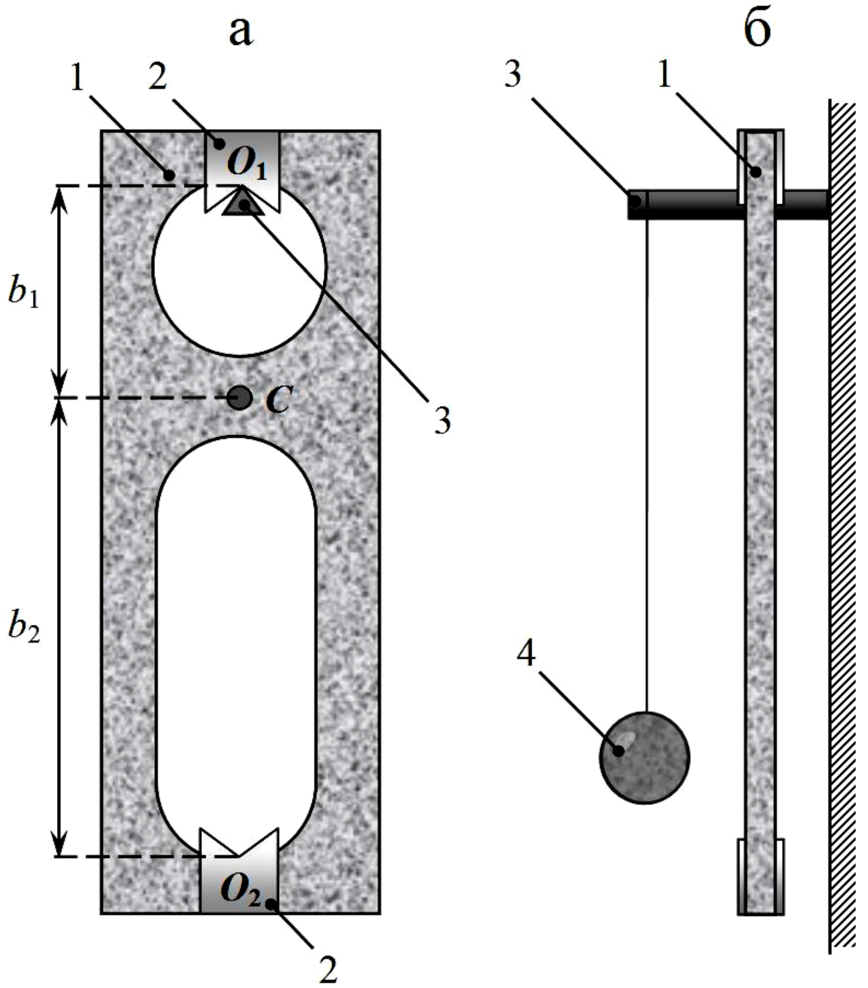

Рис. 2.5.1. Физический маятник: а – фронтальный вид; б – вид сбоку. 1 – Исследуемое тело; 2 – подставки, уменьшающие трение на осях колебаний O_1 и O_2; 3 – кронштейн, для подвески тела; 4 – математический маятник. Точка C указывает положение центра масс.

iii) Экспериментально определение момента инерции относительно оси, проходящей через точки подвеса

Из литературных данных известно, что период колебаний физического маятника связан с его параметрами следующим соотношением:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgb}}, \qquad (2.5.3)$$

где g – ускорение свободного падения. Следовательно, экспериментально определив период колебаний физического маятника, расстояние от точки подвеса до центра масс и массу маятника, можно рассчитать его момент инерции относительно оси, проходящей через точку подвеса:

$$I = \frac{mgb}{4\pi^2} \cdot T^2. \qquad (2.5.4)$$

Ускорение свободного падения выбирается в соответствие с географической широтой места измерений.

Погрешность в определении момента инерции рассчитывается как погрешность косвенных измерений и включает погрешности в определении массы, ускорения свободного падения, расстояния от точки подвеса до центра масс, периода колебаний и погрешность округления числа π.

Погрешность в определении периода колебаний рассчитывается как погрешность прямых измерений.

Методика расчета погрешностей прямых измерений изложена в параграфе 1.4, косвенных – в параграфе 1.5.

iv) Определение главного момента инерции тела произвольной формы

Момент инерции относительно оси, проходящей через точку подвеса, связан с главным моментом инерции I_0 теоремой Штейнера:

$$I = I_0 + mb^2, \qquad (2.5.5)$$

следовательно, главный момент инерции с учётом формулы (2.4.4) можно рассчитать по следующему соотношению:

$$I_0 = \frac{mgb}{4\pi^2} \cdot T^2 - mb^2. \qquad (2.5.6)$$

Г. Определение главного момента инерции физического маятника

Для двух положений физического маятника проделайте пункты i – iv.

i) Исходные данные и единичные измерения

m, кг – масса маятника;

b, м – расстояние от точки подвеса до центра масс;

$g = (9{,}81 \pm 0{,}005)$ м·с$^{-2}$ – ускорение свободного падения. Если в предыдущих лабораторных работах Вы определили ускорение свободного падения на широте г. Перми с помощью оборотного маятника, значение g следует взять из Ваших результатов.

ii) Серийные измерения

Проведите 7 – 10 экспериментов по определению периода колебаний T_1 физического маятника, подвешенного на оси O_1. Результаты экспериментов представьте в виде таблицы.

1. **Амплитуда колебаний должна быть малой, угол отклонения от положения равновесия не должен превышать 8°.**
2. **Маятник должен колебаться в одной плоскости.**

N. B. Для уменьшения погрешности период колебаний маятника определяется по большому числу колебаний 30 ÷ 50. Число колебаний в серийных измерениях периода должно быть постоянным, чтобы величина погрешности не изменялась от измерения к измерению.

N. B. Отсчет времени лучше начинать после того, как маятник совершит несколько колебаний.

iii) Расчёт момента инерции и соответствующей приведённой длины физического маятника для оси, проходящей через точку подвеса

Результаты определения периода представьте в соответствие с требованиями ГОСТ.

Рассчитайте момент инерции физического маятника и оцените погрешность косвенных измерений. Результаты определения момента инерции физического маятника представьте в соответствие с требованиями ГОСТ.

iv) Проверка результатов расчёта момента инерции

Рассчитайте приведённую длину физического маятника и оцените погрешность. Результаты расчёта приведённой длины представьте в соответствие с требованиями ГОСТ.

Установите длину математического маятника равной приведённой длине физического маятника. Если колебания маятников синхронны, момент инерции физического маятника определён верно.

v) Определение главного момента инерции физического маятника

По рассчитанным моментам инерции I_1 и I_2 рассчитайте главный момент инерции I_0 физического маятника. Оцените расхождение между результатами расчёта главного момента инерции.

Д. Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определения понятиям и поясните их физический смысл: гармонические колебания, амплитуда, период колебаний, частота, фаза, начальная фаза, абсолютно твёрдое тело, физический маятник, приведённая длина физического маятника, момент инерции, ось свободного вращения, момент силы, плечо силы.
2. В чем состоит теорема Штейнера? Приведите пример её использования.
3. Запишите основное уравнение динамики вращательного движения.
4. Запишите дифференциальное уравнение колебаний физического маятника и его решение, поясните какие величины входят в эти уравнения, каков их физический смысл?
5. Как изменяются при гармонических колебаниях смещение, скорость, ускорение, амплитуда колебаний, период и частота?
6. Поясните физический смысл ограничений подпункта Г, ii.
7. Выведите и запишите формулу для расчёта погрешности определения момента инерции колебательным методом.
8. В чём заключается колебательный метод определения момента инерции? Моменты инерции относительно каких осей можно определить данным методом?

Е. Рекомендуемая литература

1. [1] §1.1, 2.5, 5.1 – 5.3.
2. [2] §1.1 – 1.3.
3. [3] §1.2, 1.3, 2.2 – 2.5, 27.1 – 27.2.
4. [4] §3, 4, 9, 49, 50, 53, 54.
5. [5] §2, 3, 6, 140 – 142.

2.6. Определение характеристик свободных колебаний

Введение

Затуханием называется постепенное уменьшение амплитуды в процессе колебаний. Затухание вызвано присутствием сил сопротивления среды и диссипацией механической энергии колеблющейся системы. При затухающих колебаниях энергия системы может расходоваться на совершение работы против сил внутреннего трения, на нагрев трущихся деталей, пластическую деформацию и т. п.

В любой реальной колеблющейся системе присутствуют силы сопротивления, поэтому любые колебания прекратятся, если в систему не поступает энергия за счёт работы внешних сил. Во многих случаях затухание создаётся искусственно. Так, например, конструкция крыльев самолёта или гребных винтов кораблей предусматривает подавление колебаний в процессе эксплуатации.

В настоящей работе представлены методики, позволяющие определить величины, характеризующие свободные колебания.

А. Цели работы:

1. определить коэффициент жёсткости пружины;
2. установить зависимость периода колебаний пружинного маятника от массы подвеса при свободных незатухающих колебаниях;
3. определить период колебаний и коэффициент затухания при колебаниях маятника в воде.

Б. Приборы и принадлежности:

1. лабораторная установка;
2. секундомер;
3. сосуд с водой.

В. Методика измерений

i) Основные понятия

Коэффициент жёсткости пружины численно равен силе, необходимой для деформации пружины на единицу длины:

$$k = \frac{F}{\Delta x}, \tag{2.6.1}$$

где F – прикладываемая сила; $\Delta x = x - x_0$ – абсолютное удлинение.

Коэффициент затухания – физическая величина, характеризующая скорость затухания колебаний, определяемая из соотношения:

$$\beta = \frac{\mu}{2m}, \qquad (2.6.2)$$

где μ–коэффициент сопротивления среды; m–масса тела колеблющегося тела.

Декремент затухания – отношение амплитуд двух колебаний с интервалом времени в период:

$$\sigma = \frac{A_N}{A_{N+1}}, \qquad (2.6.3)$$

где A – амплитуда колебаний; N – порядковый номер колебания.

Логарифмический декремент затухания – физическая величина, равная натуральному логарифму декремента затухания:

$$\lambda = \ln\sigma. \qquad (2.6.4)$$

Время релаксации – время, за которое амплитуда колебаний убывает в e раз. Число e = 2,71828182…

ii) Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка, представленная на рис. 2.6.1. позволяет измерять координату подвеса. Фиксаторы 2 позволяют настраивать положение подвеса 5 и измерительной шкалы 8.

Для точного измерения координаты подвеса измерительная шкала 8 снабжена зеркалом: измерения будут единообразны, когда указатель 7 закрывает собой своё отражение в зеркале, как это показано на рис. 2.6.2

iii) Экспериментально определение коэффициента жесткости основано на применении закона Гука, записанного в виде (2.6.1). Величина деформирующей силы задаётся весом дополнительных грузов

$$mg = k\Delta x, \qquad (2.6.5)$$

где m – масса груза, вызвавшего деформацию Δx.

Коэффициент жёсткости рассчитывается по соотношению

$$k = \frac{mg}{\Delta x}. \qquad (2.6.6)$$

Коэффициент жёсткости определяется независимо в каждом опыте, поэтому погрешность в определении коэффициента жёсткости рассчитывается как погрешность прямых измерений.

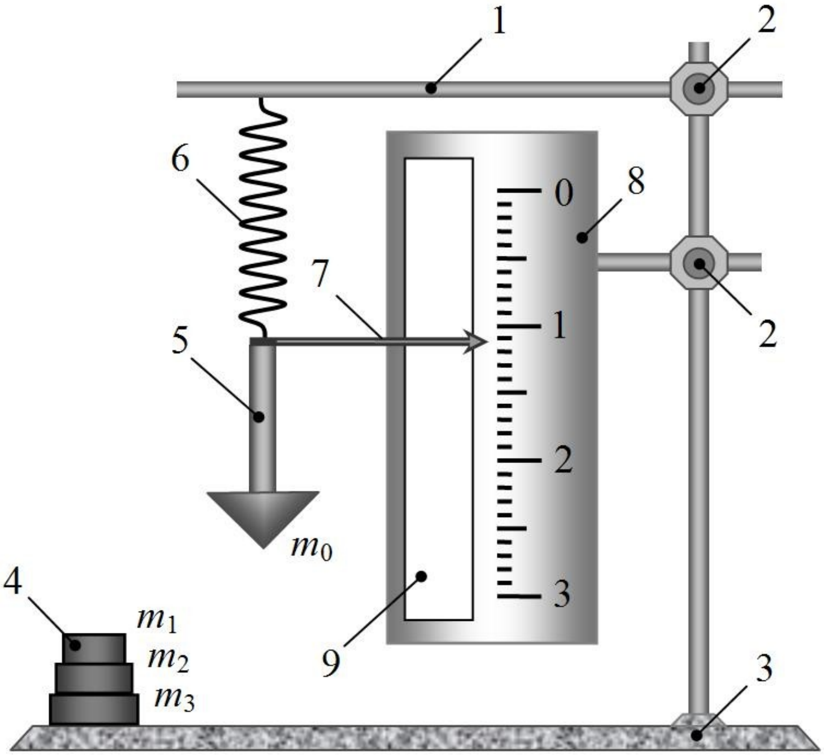

Рис. 2.6.1. Схема экспериментальной установки. 1 – штатив; 2 – фиксаторы; 3 – подставка; 4 – дополнительные грузы; 5 – платформа подвеса; 6 – пружина; 7 – указатель положения подвеса; 8 – измерительная шкала; 9 – зеркало.

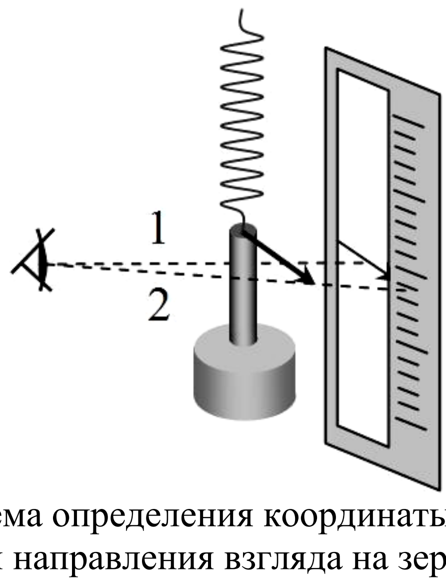

Рис. 2.6.2. Схема определения координаты подвеса. Цифрами обозначены направления взгляда на зеркало и на шкалу.

iv) Экспериментальное определение коэффициент затухания

Из литературных данных известно, что амплитуда N-го колебания A_N связана с начальной амплитудой A_0 следующим соотношением:

$$A_N = A_0 \cdot e^{-\beta \cdot t_N}, \tag{2.6.7}$$

где t_N – время, за которое система совершила n колебаний.

Из выражения (2.6.7) следует, что коэффициент затухания определяется по соотношению

$$\beta = \frac{1}{t_N} \ln \frac{A_0}{A_N}. \tag{2.6.8}$$

Таким образом, измерив начальную амплитуду, амплитуду после N колебаний и время колебаний можно рассчитать коэффициент затухания и связанные с ним величины: логарифмический декремент затухания, время релаксации и другие.

Коэффициент затухания определяется независимо в каждом опыте, поэтому погрешность в его определении рассчитывается как случайная погрешность для серии прямых измерений.

Г. Определение коэффициента жёсткости пружины

i) Исходные данные и единичные измерения

$m_1, m_2, m_3, \ldots$, кг – массы дополнительных грузов;

x_0, м – начальное положение платформы подвеса;

$g = (9{,}81 \pm 0{,}005)$ м·с$^{-2}$ – ускорение свободного падения. Если в предыдущих лабораторных работах Вы определили ускорение свободного падения на широте г. Перми с помощью оборотного маятника, значение g следует взять из Ваших результатов.

ii) Серийные измерения

Из имеющихся дополнительных грузов составьте различные комбинации масс. Проведите 5 – 7 экспериментов по определению коэффициента жёсткости, результаты измерений представьте в виде таблицы.

N. B. Установите измерительную шкалу 8 (рис. 2.6.1) так, чтобы без дополнительных грузов указатель 7 указывал на «0». В этом случае координата указателя соответствует абсолютному удлинению, и не потребуется дополнительных математических действий.

iii) Результаты расчёта коэффициента жёсткости представьте в соответствие с требованиями ГОСТ.

Д. Установление зависимости периода колебаний от массы подвеса

i) Исходные данные и единичные измерения

m_0, кг – масса платформы подвеса;

m_1, m_2, m_3, …, кг – массы дополнительных грузов;

k, Н·м$^{-1}$ – коэффициент жёсткости пружины, определённый в пункте Г;

$g = (9{,}81 \pm 0{,}005)$ м·с$^{-2}$ – ускорение свободного падения. Если в предыдущих лабораторных работах Вы определили ускорение свободного падения на широте г. Перми с помощью оборотного маятника, значение g следует взять из Ваших результатов.

ii) Серийные измерения

Для 5 – 7 различных масс подвеса $m_0 + m_i$ проведите эксперименты по определению периода колебаний T пружинного маятника. Полученные результаты представьте в виде таблицы и графически.

Интерпретируйте полученную зависимость.

1. **Амплитуда колебаний должна быть малой, отклонение от положения равновесия не должно превышать 2 см.**
2. **Маятник должен колебаться вдоль одной линии.**

N. B. Для уменьшения погрешности период колебаний маятника определяется по большому числу колебаний 30 ÷ 50. Число колебаний в серийных измерениях периода должно быть постоянным, чтобы величина погрешности не изменялась от измерения к измерению.

N. B. Отсчет времени лучше начинать после того, как тело совершит несколько колебаний.

iii) Сравнение с теорией пружинного маятника

По данным предыдущего пункта постройте график зависимости квадрата периода колебаний от массы подвеса. Для тех же масс и коэффициента жёсткости рассчитайте теоретическое значение периода колебаний. Оцените расхождение экспериментальных результатов с теоретическими значениями.

Результаты расчётов представьте в виде таблицы.

Постройте теоретическую зависимость на одних координатных осях с экспериментальной.

Интерпретируйте полученное расхождение.

Е. Определение коэффициента затухания

В настоящей работе измеряется коэффициент затухания при движении маятника пружинного маятника в воде.

i) Исходные данные и единичные измерения

A_0, мм – начальная амплитуда колебаний;
N – число колебаний;
m, кг – масса маятника;
k, Н·м$^{-1}$ – коэффициент жёсткости пружины, определённый в пункте Г.

ii) Серийные измерения

Проведите 7 – 10 экспериментов по определению коэффициента затухания при неизменных массе подвеса и начальной амплитуде. Результаты представьте в виде таблицы.

⚠ **Отрегулируйте положение подвеса таким образом, чтобы в процессе колебаний грузы были полностью погружены в воду.**

N. B. Для удобства измерения амплитуды N-го колебания установите измерительную шкалу так, чтобы в состоянии покоя указатель указывал на целое число. Число колебаний как можно больше, но чтобы амплитуда N-го колебания определялась чётко.

iii) Расчёт характеристик затухающих колебаний

По экспериментальным данным рассчитайте коэффициент затухания, результат расчёта представьте в соответствие с требованиями ГОСТ.

Рассчитайте период затухающих колебаний, логарифмический декремент затухания, время релаксации.

Оцените различие периодов затухающих и незатухающих колебаний.

Ж. Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определения понятиям и поясните их физический смысл: гармонические колебания, амплитуда, период колебаний, частота, фаза, начальная фаза, коэффициент затухания, декремент затухания, логарифмический декремент затухания, время релаксации.
2. Запишите дифференциальное уравнение колебаний пружинного маятника и его решение для затухающих и незатухающих колебаний. Поясните, какие величины входят в эти уравнения, каков их физический смысл?
3. В чём заключается методика определения коэффициента жёсткости пружины?
4. В чём заключается методика определения коэффициента затухания?

И*. Рекомендуемая литература

1. [1] §1.1, 2.5, 5.1 – 5.3, 5.5.
2. [2] §1.1 – 1.3.
3. [3] §1.2, 1.3, 2.2 – 2.5, 27.1, 27.2, 28.1.
4. [4] §3, 4, 9, 49, 50, 53, 54, 58.
5. [5] §2, 3, 6, 140 – 142, 146.

* Буквы «Ё, З, Й, О, Ч, Ъ, Ы, Ь» не применяются в обозначении разделов.

2.7. Определение показателя адиабаты

Введение

Адиабатическим называется процесс, при котором физическая система не получает теплоты извне и не отдаёт её. Такие условия реализуются в теплоизолированных системах или при быстропротекающих процессах, когда газ не успевает обмениваться теплотой с окружающей средой.

В технике адиабатические процессы находят самое разное применение. На нагреве при быстром сжатии основано воспламенение горючей смеси в дизельных двигателях, на охлаждении при быстром расширении – сжижение газов.

Численной характеристикой вещества при адиабатическом процессе является показатель адиабаты. В настоящей работе для определения показателя адиабаты воздуха применяется метод Клемана-Дезорма.

А. Цель работы – определить показатель адиабаты воздуха.

Б. Приборы и принадлежности: установка Клемана-Дезорма для определения показателя адиабаты

В. Методика определения показателя адиабаты

i) Основные понятия

Термодинамическая система – совокупность макроскопических тел**,** которые взаимодействуют между собой и другими телами, обмениваясь энергией и веществом. Состояние термодинамической системы характеризуется макроскопическими параметрами: концентрацией, плотностью, давлением, температурой.

Квазиравновесный процесс – процесс, при котором термодинамическая система проходит ряд состояний, каждое из которых можно считать равновесным.

Первое начало термодинамики: теплота δQ, подведённая к термодинамической системе, идёт на приращение её внутренней энергии dU и на совершение системой работы против внешних сил δA:

$$\delta Q = dU + \delta A. \qquad (2.7.1)$$

Уравнение Пуассона для адиабатического процесса с идеальным газом

$$pV^{\gamma} = const, \qquad (2.7.2)$$

где p и V – давление и объём газа соответственно, γ – показатель адиабаты, который в случае идеального газа может быть рассчитан по формуле

$$\gamma = \frac{i+2}{i}, \tag{2.7.3}$$

где i – число степеней свободы.

Число степеней свободы – количество независимых координат, однозначно определяющих положение молекулы.

ii) Описание экспериментальной установки и метода Клемана-Дезорма

Экспериментальная установка представляет собой стеклянный баллон 1 (см. рис. 2.7.1), который сообщается с атмосферой через кран 2. Разность между давлением в баллоне и атмосферным определяется манометром 3. Насос 4 служит для нагнетания воздуха в баллон, после повышения давления до необходимого уровня баллон герметизируется краном 5.

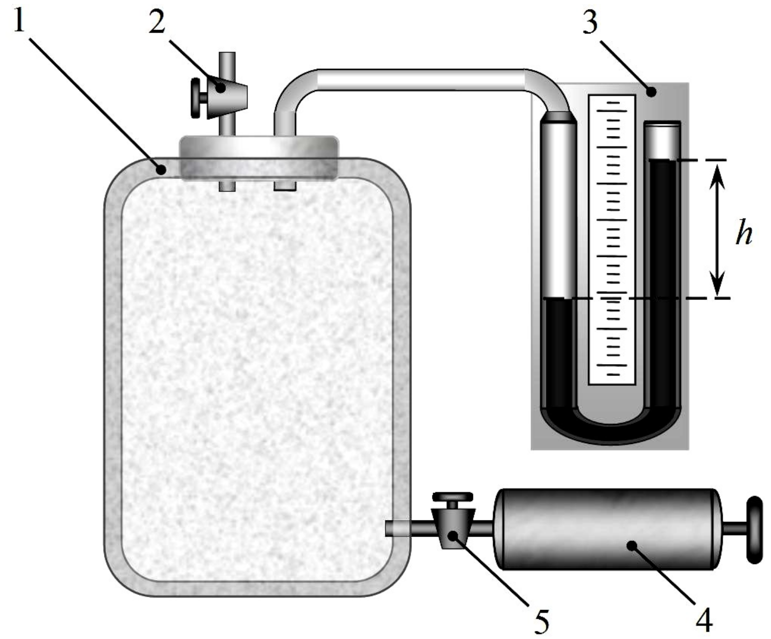

Рис. 2.7.1. Установка для определения показателя адиабаты. 1 – баллон; 2 – кран, соединяющий баллон с атмосферой; 3 – жидкостный манометр; 4 – насос; 5 – кран, изолирующий баллон от насоса.

На рис. 2.7.2 представлен график процессов, происходящих в экспериментальной установке во время измерения показателя адиабаты. Рассмотрим эти процессы.

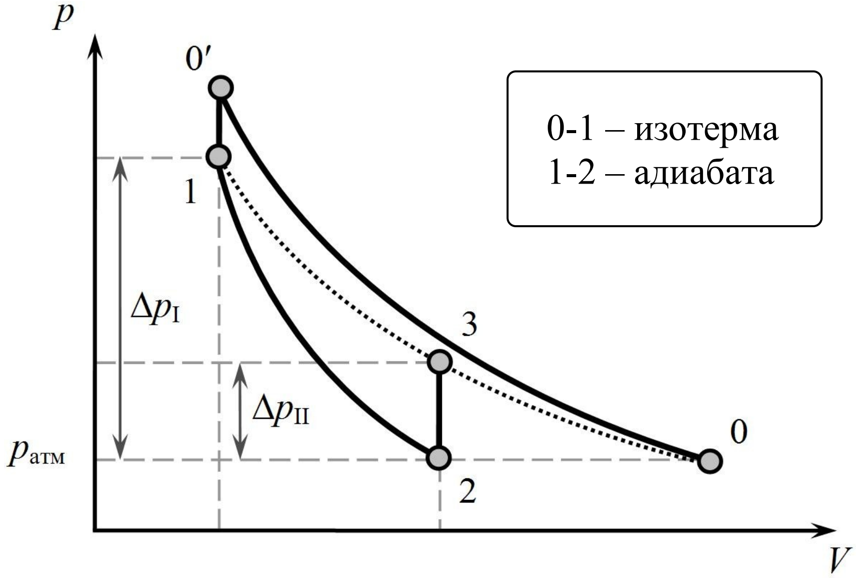

Рис. 2.7.2. Цикл Клемана-Дезорма.

0 Баллон наполняется исследуемым газом при атмосферном давлении.

0-0′ С помощью насоса 4 в баллон дополнительно накачивается небольшая порция того же газа, затем кран 5 закрывается.

Во время работы насоса температура газа в баллоне повышается, и в состоянии 0′ оказывается больше температуры окружающей среды.

0′-1 Спустя короткое время температура газа сравнивается с температурой окружающей среды, после чего манометром 3 измеряют разность между давлением в баллоне и атмосферным Δp_{I}.

1-2 Затем на короткое время открывают кран 2, часть газа при этом выходит из баллона, и его давление сравнивается с атмосферным, после чего кран 2 закрывают.

Поскольку расширение происходит быстро, теплообменом газа со стенками баллона можно пренебречь и считать расширение адиабатическим. При расширении газ совершает работу против давления окружающего воздуха, и его температура понизится.

2-3 Газ медленно нагревается, пока его температура сравняется с температурой окружающего воздуха и давление в баллоне превысит атмосферное на Δp_{II}.

Показатель адиабаты вычисляется по разностям давлений Δp_{I} и Δp_{II} следующим образом.

Давление в точках 1 и 3 (см. рис. 2.7.2) можно представить следующим образом:

$$p_1 = p_{\text{атм}} + \Delta p_{\text{I}}, \tag{2.7.4}$$

$$p_3 = p_{\text{атм}} + \Delta p_{\text{II}}. \tag{2.7.5}$$

В точках 1 и 3 газ находится при одинаковой температуре, следовательно, применимо уравнение изотермического процесса

$$p_1V_1 = p_3V_3 \tag{2.7.6}$$

Процесс 1-2 адиабатический, следовательно

$$p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma} \tag{2.7.7}$$

Показатель адиабаты γ может быть найден из решения системы уравнений (2.7.6) и (2.7.7) с дополнительными условиями $V_2=V_3$ и $p_2=p_{\text{атм}}$.

Чтобы исключить неизвестные объёмы, разделим уравнение (2.7.7) на (2.7.6), возведённое в степень γ:

$$p_1^{\gamma-1} = \frac{p_3^{\gamma}}{p_{\text{атм}}}. \tag{2.7.8}$$

Подставив в уравнение (2.7.8) p_1 из равенства (2.7.4) и p_3 из равенства (2.7.5), получим

$$\left(p_{\text{атм}} + \Delta p_{\text{I}}\right)^{\gamma-1} = \frac{\left(p_{\text{атм}} + \Delta p_{\text{II}}\right)^{\gamma}}{p_{\text{атм}}}. \tag{2.7.9}$$

Выносим за скобки и сокращаем $p_{\text{атм}}$

$$\left(1 + \frac{\Delta p_{\text{I}}}{p_{\text{атм}}}\right)^{\gamma-1} = \left(1 + \frac{\Delta p_{\text{II}}}{p_{\text{атм}}}\right)^{\gamma} \tag{2.7.10}$$

Разложим обе части в ряд Тейлора. Поскольку перепады давлений Δp_{I} и Δp_{II} малы по сравнению с атмосферным давлением $p_{\text{атм}}$, дробные слагаемые в скобках много меньше единицы, следовательно, можно ограничиться линейными слагаемыми разложения:

$$1+(\gamma-1)\frac{\Delta p_{\mathrm{I}}}{p_{\text{атм}}}=1+\gamma\frac{\Delta p_{\mathrm{II}}}{p_{\text{атм}}}. \qquad (2.7.11)$$

Выразив γ, получим формулу для расчёта показателя адиабаты

$$\gamma=\frac{\Delta p_{\mathrm{I}}}{\Delta p_{\mathrm{I}}-\Delta p_{\mathrm{II}}}. \qquad (2.7.12)$$

В соотношение (2.7.12) входит отношение перепадов давлений, поэтому измерять давление можно в любых единицах. При использовании жидкостного манометра перепад давлений пропорционален разности высот столбов жидкости в коленах (рис. 2.7.1), и расчётная формула принимает вид

$$\gamma=\frac{h_1}{h_1-h_2}. \qquad (2.7.13)$$

iii) Эксперимент

При закрытом кране 2 (см. рис. 2.7.1) насосом создаётся перепад 300 ÷ 400 мм вод. ст. между давлением в баллоне и атмосферным. Кран 5 перекрывается.

После того, как давление в баллоне понизится, и система придёт в равновесие, измеряют разность уровней в коленах манометра h_1.

Кран 2 открывается до момента, когда давление в баллоне сравняется с атмосферным, после чего кран закрывается.

После того, как давление в баллоне повысится, и система придёт в равновесие, измеряют разность уровней в коленах манометра h_2.

Показатель адиабаты определяется по формуле (2.7.13) независимо в каждом опыте, поэтому погрешность в его определении рассчитывается как случайная погрешность для серии прямых измерений.

Г. Порядок выполнения работы

i) Проверка исправности экспериментальной установки

Перед началом измерений визуально убедитесь в том, что краны и соединения трубок плотно соединены.

После этого, перекрыв кран 2, насосом увеличьте давление в баллоне на 100 ÷ 200 мм вод. ст. Закройте кран 5 и наблюдайте за изменением давления, которое должно понижаться в течение 5 ÷ 8 с. Если после этого давление перестанет изменяться, то установка исправна.

ii) Серийные измерения

Проведите 7 – 10 экспериментов по определению показателя адиабаты. Результаты экспериментов представьте в виде таблицы.

Накачивайте воздух равномерно, не слишком быстро, без рывков, в противном случае давление в баллоне может быстро возрасти, что приведёт к выливанию жидкости из манометра.

N. B. Чтобы эксперименты были наиболее сходными, накачивайте воздух до одного и того же давления.

iii) Обработка и анализ результата

Результаты измерений показателя адиабаты представьте в соответствие с требованиями ГОСТ. Сравните полученный результат с результатами других авторов и теоретическим значением. Оцените и интерпретируйте расхождение теоретического и практического результатов.

Дайте заключение о проделанной работе.

Д. Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определения понятиям и поясните их физический смысл: термодинамическая система, квазистатический процесс, параметры состояния, внутренняя энергия, работа газа, идеальный газ, адиабатический процесс.
2. Запишите уравнение состояния идеального газа для изотермического, изохорного, изобарного и адиабатического процессов. Поясните, какие величины входят в эти уравнения, каков их физический смысл?
3. Запишите первое начало термодинамики в общем виде и для частных случаев: изотермического, изохорного, изобарного и адиабатического. Поясните, какие величины входят в эти уравнения, каков их физический смысл?
4. Каков смысл показателя адиабаты. От каких величин он зависит? Как рассчитать показатель адиабаты для идеального газа?
5. Дайте определение понятиям и поясните их физический смысл: теплоёмкость тела, молярная и удельная теплоёмкости, теплоёмкость при постоянном объёме, теплоёмкость при постоянном давлении.
6. Как связаны молярная и удельная теплоёмкости?
7. Запишите уравнение Майера.
8. Оцените температуры газа в состояниях 0′ и 2 (см. рис. 2.7.2.).
9. В чём заключается методика определения показателя адиабаты?

Е. Рекомендуемая литература

1. [1] §7.3, 7.4, 8.1 – 8.5.
2. [2] §2.1 – 2.2.
3. [3] §8.3, 8.4, 9.1 – 9.6.
4. [4] §80 – 89.
5. [5] §41, 42, 51 – 55.

Библиографический список

Рекомендуемая литература

1. Вдовин Н. А., Нурулаев Э. М. Физика. Часть 1. Механика. Молекулярная физика и термодинамика: Учеб. пособие – Перм. гос. техн. ун-т. – Пермь, 2007. – 160 с.

2. Вотинов Г. Н., Перминов А. В. Физика: Учеб. Пособие – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2008. – 347 с.

3. Детлаф А. А., Яворский Б. М. Курс физики: Учеб. пособие. – М. высш. шк., – 1999. – 720 с.

4. Савельев И. В. Курс общей физики, т. 1. Механика. Молекулярная физика: Учеб. пособие. – СПб.: Лань, 2005.

5. Трофимова Т. И. Курс физики: Учеб. пособие для вузов. 7-е изд., стер. – М. Высш. шк., – 2003. – 542 с.

Дополнительная литература

6. Тарунин Е. Л. Основы математических знаний для изучения физики: учеб. пособие / Е. Л. Тарунин, А. И. Цаплин. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2007. – 100 с.

Приложения

Приложение 1. Измерения с помощью штангенциркуля

Штангенциркуль предназначен для измерения размера твёрдых тел с точностью до 0,05 или 0,1 мм, расположение его основных элементов представлено на рис. П1.

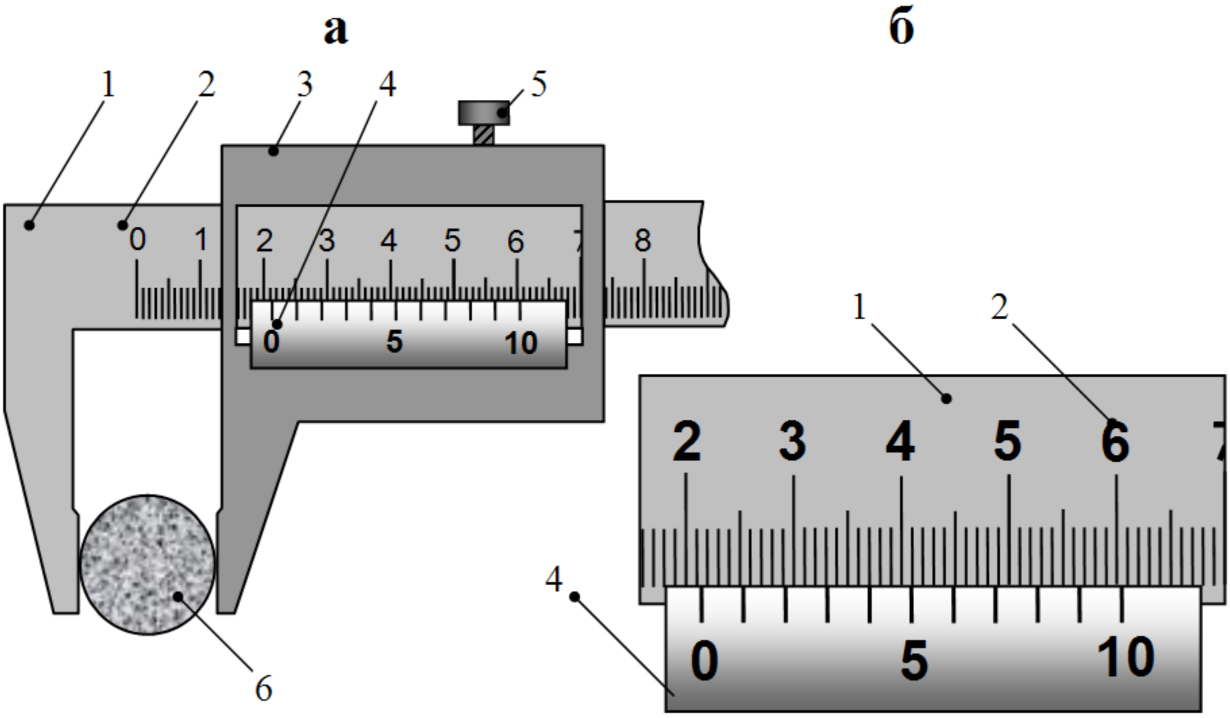

Рис. П1. Расположение основных элементов штангенциркуля: а – общий вид; б – крупный план масштаба и нониуса. 1 – неподвижный упор; 2 – масштаб; 3 – каретка; 4 – нониус; 5 – зажимной винт; 6 – измеряемый предмет.

<u>Измерение производится в следующем порядке.</u>

1. Зажмите измеряемый предмет 6 между губками неподвижного упора 1 и подвижной каретки 3, как это показано на рис. П1, а.
2. Положение каретки зафиксируйте винтом 5, после фиксации измеряемый предмет можно убрать.
3. Деление масштаба 2, которое расположено слева от нулевой риски нониуса 4 показывает в миллиметрах целую часть значения. На рис. П1, б целая часть составляет 21 мм.
4. Риска нониуса 4, наилучшим образом совпадающая с делениями масштаба 2 даёт значение дробной части. На рис. П1, б дробная часть составляет 0,4 мм.
5. Сложите целую и дробную части. В приведённом примере диаметр цилиндра равен 21,4 мм.

Приложение 2. Измерения с помощью микрометра

Микрометр предназначен для измерения размера твёрдых тел с точностью до 0,01 мм, его общий вид представлен на рис. П2. Шкала масштаба 5 разделена горизонтальной чертой, под которой находятся целые значения миллиметров: 0, 1, 2, … Над чертой расположены полуцелые значения: 0,5; 1,5; 2,5 и т.д. На вращающийся барабан нанесена шкала нониуса от 0,00 до 0,50 мм с шагом 0,01 мм.

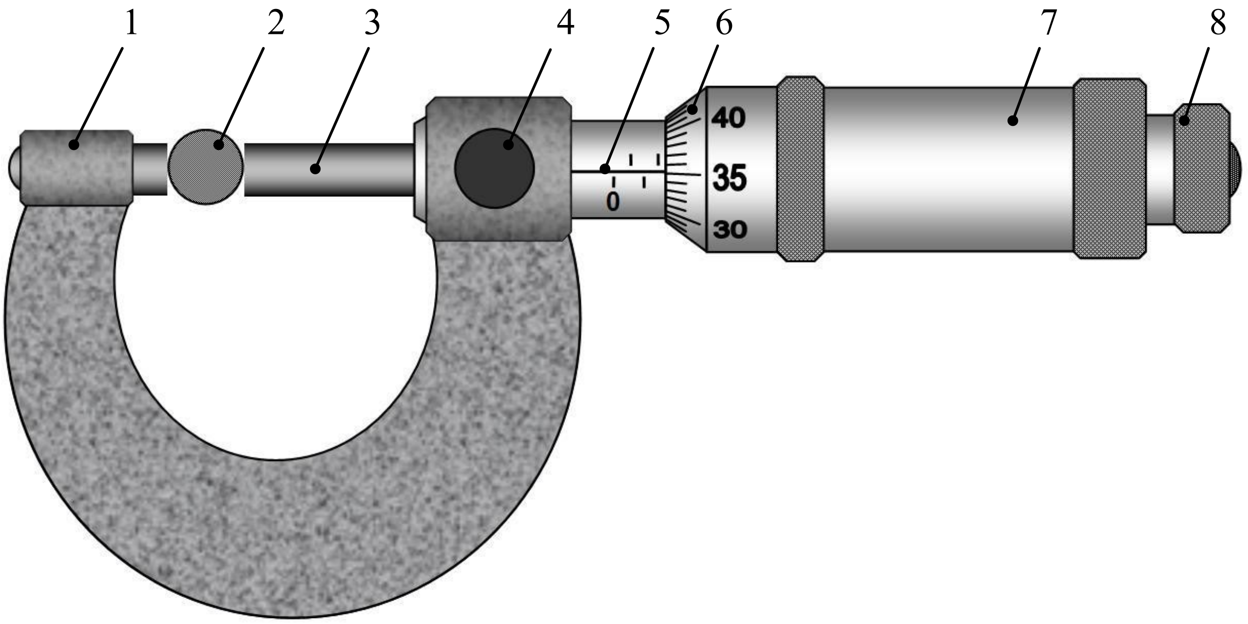

Рис. П2. Расположение основных элементов микрометра. 1 – неподвижный упор; 2 – измеряемый предмет; 3 – измерительный винт; 4 – фиксатор измерительного винта; 5 – масштаб; 6 – нониус; 7 – барабан для настройки микрометра; 8 – трещотка, барабан для закрепления измеряемого предмета.

Измерение производится в следующем порядке.

1. Вращая трещотку 8 до щелчков, зажмите измеряемый предмет 2 между упором 1 и винтом 3.

⚠ **Зажим измеряемого тела в микрометре выполняйте только с помощью трещотки 8. Зажим с помощью барабана настройки 7 может деформировать измеряемый предмет или сбить настройку микрометра.**

2. К значению масштаба, соответствующему последней чётко видимой риске прибавьте значение со шкалы нониуса, которое ближе всего к горизонтальной черте.

На рис. П2 диаметр измеряемого цилиндра равен

1,5 мм (по масштабу) + 0,35 мм (по нониусу) = 1,85мм.

Приложение 3. Расчёт погрешности на микрокалькуляторе CASIO FX-82ES

Работа со статистическими данными включает следующие этапы:

- перевод микрокалькулятора (далее МК) в режим работы со статистическими данными;
- ввод значений в память МК;
- вывод среднего значения и расчёт случайной погрешности.

П р и м е р. Вычислим случайную погрешность с надёжностью $\alpha = 0{,}95$ для трех значений некоторой величины x. Пусть $x_1 = 25{,}0$, $x_2 = 24{,}0$ и $x_3 = 27{,}0$.

1. Для перевода МК в режим работы со статистическими данными нажмите следующие клавиши: MODE и 2.

2. Ввод значений в память МК: набираем значение и вводим в память МК с помощью функции DT, расположенной на клавише M+. После ввода значение величины на дисплее МК заменяется показаниями счётчика введенных значений.

Вводим значения:

2 5 M+ 2 4 M+ 2 7 M+.

3. Расчет среднего значения и случайной погрешности измерений.

Среднее значение вычисляется вызовом функции MEAN – комбинация клавиш AC SHIFT S-VAR 1 =.

Для нашего расчёта среднее равно 25,33333333.

Случайная погрешность рассчитывается по соотношению (1.3.9). Сначала рассчитывается стандартное отклонение вызовом одноимённой функции σ_{n-1}. Соответствующая комбинация клавиш:

AC SHIFT S-VAR 3 = даёт результат 1,527525232.

Рассчитанное стандартное отклонение делится на $\sqrt{n}$ и умножается на коэффициент Стьюдента.

Расчёт случайной погрешности по формуле (1.3.9), где $t_{\alpha,n}$=4,30, даёт значение случайной погрешности 3,792243547.

Окончательный результат, в котором погрешность округлена до одной значащей цифры, а среднее – до порядка погрешности имеет вид $x = (25 \pm 4)$.

Очистка памяти МК от статистических данных осуществляется вызовом функции Scl, вызываемая комбинацией SHIFT CLR 1 =.

Выход из статистического режима – MODE и 1.

Приложение 4. Листинг программы, для расчёта погрешности на языке PASCAL

```
program expert;
{ Коэффициенты стьюдента для надёжности 0,95 }
const tpn : array [2..10] of real =
              (12.7,4.3,3.18,2.76,2.57,2.45,2.36,2.31,2.26);
var i, n : integer;
    x : array [1..10] of real;  {результаты измерений}
    xs, err : real;             {среднее и погрешность}
begin
  xs  := 0;
  err := 0;
  write(' Введите количество экспериментальных точек (2-10): ');
  readln(n);
  writeln(' Ввод значений');
  for i:=1 to n do
  begin
    write(' x(',i,') = ');
    readln(x[i]);
    xs := xs + x[i];
  end;
 {Расчёт среднего и случайной ошибки}
  xs := xs / n;
  for i:=1 to n do err := err + sqr(x[i]-xs);
  err := tpn[n] * sqrt( err /(n-1)/n );
 {Вывод результатов}
  writeln(' Среднее : ', xs);
  writeln(' Случайная погрешность : ',err);
 {Завершение программы}
  writeln;
  writeln(' Для выхода нажмите <ENTER>');
  readln
end.
```

Результаты расчёта среднего и случайной погрешности следует округлить и представить в виде доверительного интервала.