

О с н о в н ы е ф о р м у л ы

Кинематика

1. Кинематическое уравнение движения материальной точки в векторной форме

$$\vec{r} = \vec{r}(t),$$

вдоль оси x :

$$x = f(t),$$

где $f(t)$ – некоторая функция времени.

Перемещение материальной точки

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1,$$

где $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ - ее радиусы – векторы в начальном и конечном положениях, соответственно.

Пройденный путь – длина траектории.

2. Вектор средней скорости

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Средняя скорость при движении вдоль оси x

$$\langle v_x \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

Средняя путевая скорость (скорость вдоль траектории)

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t},$$

где ΔS – путь, пройденный точкой за интервал времени Δt .

Мгновенная скорость

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt}.$$

3. Среднее ускорение

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

$$\langle a_x \rangle = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}.$$

Мгновенное ускорение

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}.$$

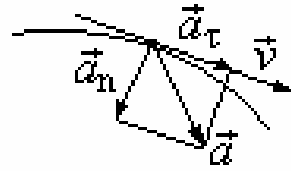
4. При криволинейном движении ускорение можно представить как сумму нормальной $\vec{a}_n$ и тангенциальной $\vec{a}_\tau$ составляющих

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau.$$

Абсолютное значение этих ускорений

$$a_n = v^2/R; \quad a_\tau = dv/dt; \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}.$$

где R – радиус кривизны в данной точке траектории.



5. Кинематическое уравнение равномерного движения материальной точки вдоль оси x ($v = \text{const}$, $a = 0$)

$$x = x_0 + vt,$$

где x_0 – начальная координата, t – время.

6. Кинематическое уравнение равнопеременного движения вдоль оси x ($a = \text{const}$)

$$x = x_0 + v_0 t + at^2/2,$$

где v_0 – начальная скорость, t – время.

Скорость точки при равнопеременном движении

$$v = v_0 + at.$$

7. Положение твердого тела (при заданной оси вращения) определяется углом поворота (или угловым перемещением) $\vec{\phi}$. Кинематическое уравнение вращательного движения:

$$\vec{\phi} = f(t);$$

Угловая скорость

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\phi}}{dt}.$$

Угловое ускорение

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Угловое перемещение, угловая скорость и угловое ускорение являются псевдовекторами, их направления совпадают с осью вращения и определяются по правилу правого винта.

8. Кинематическое уравнение равномерного вращения ($\omega = \text{const}$, $\varepsilon = 0$)

$$\phi = \phi_0 + \omega t,$$

где ϕ_0 – начальное угловое перемещение; t – время.

9. T – период вращения (время одного полного оборота)

$$T = t/N;$$

ν – частота вращения (число оборотов в единицу времени)

$$\nu = N/T \text{ или } \nu = 1/T,$$

где N – число оборотов, совершаемых телом за время t .

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu.$$

10. Кинематическое уравнение равнопеременного вращения ($\varepsilon = \text{const}$)

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \varepsilon t^2 / 2;$$

где ω_0 – начальная угловая скорость, $\varphi = 2\pi N$.

Угловая скорость тела при равнопеременном вращении

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t.$$

11. Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими вращение материальной точки:

$$S = \varphi R; v = \omega R; a_\tau = \varepsilon R; a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R.$$

Колебания и волны

12. Кинематическое уравнение гармонических колебаний материальной точки

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0),$$

где x – смещение, A – амплитуда колебаний, ω – круговая или циклическая частота, φ_0 – начальная фаза.

13. Скорость материальной точки, совершающей гармонические колебания

$$v = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0) = v_m \sin(\omega t + \varphi_0 + \pi/2).$$

14. Ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания

$$a = A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) = a_m \sin(\omega t + \varphi_0 + \pi).$$

15. Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты:

а) амплитуда результирующего колебания

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)};$$

б) начальная фаза результирующего колебания

$$\varphi_0 = \arctg \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

16. Траектория точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях ($x = A_1 \cos \omega t$, $y = A_2 \cos(\omega t + \varphi_0)$):

а) $y = \frac{A_2}{A_1} x$ (если разность фаз $\Delta \varphi = 0$);

б) $y = -\frac{A_2}{A_1} x$ (если разность фаз $\Delta \varphi = \pm \pi$);

в) $\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$ (если разность фаз $\Delta \varphi = \pm \pi/2$).

17. Уравнение плоской бегущей волны

$$y = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right),$$

где y – смещение любой из точек среды с координатой x в момент t , v – скорость распространения колебаний в среде.

18. Связь разности фаз $\Delta\varphi$ колебаний с расстоянием Δx между точками среды, отсчитанным в направлении распространения колебаний

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x,$$

где λ – длина волны.

Динамика

1. Поступательное движение

19. Импульс материальной точки. Движущейся поступательно со скоростью v

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

20. Второй закон Ньютона

$$d\vec{p} = \vec{F}dt,$$

$$\sum_{i=1}^N \vec{F}_i = m\vec{a},$$

где $\vec{F}$ – сила, действующая на тело.

21. Силы, рассматриваемые в механике:

а) сила упругости

$$F = -kx,$$

где k – коэффициент упругости (в случае пружины – жесткость), x – абсолютная деформация;

б) вес $\vec{P}$ – сила с которой тело действует на опору или подвес;

в) сила гравитационного притяжения

$$F_g = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел; r – расстояние между телами (тела – материальные точки или сферы). Силу можно выразить и через напряженность G гравитационного поля

$$F = mG;$$

г) сила тяжести

$$F = mg;$$

где g – ускорение свободного падения;

д) сила трения скольжения

$$F_{\text{тр}} = \mu N,$$

где μ – коэффициент трения, N – сила нормальной реакции опоры.

22. Закон сохранения импульса

$$\sum_{i=1}^N m\vec{v}_i = \text{const}, \quad (\sum F_{\text{вн}} = 0).$$

Для двух тел ($i = 2$)

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2,$$

где v_1 и v_2 – скорости тел в момент времени, принятый за начальный, u_1 и u_2 – скорости тех же тел в момент времени, принятый за конечный.

23. Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно

$$T = \frac{mv^2}{2}, \quad \text{или} \quad T = \frac{p^2}{2m}.$$

24. Потенциальная энергия:

а) упруго деформированной пружины

$$\Pi = \frac{1}{2} kx^2,$$

где k – жесткость пружины, x – абсолютная деформация.;

б) гравитационного взаимодействия

$$\Pi = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r},$$

где γ – гравитационная постоянная, m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел, r – расстояние между ними (тела – материальные точки или сферы);

в) тела, находящегося в однородном поле силы тяжести,

$$\Pi = mgh,$$

где g – ускорение свободного падения, h – высота тела над уровнем, принятым за нулевой (формула справедлива при условии $h \ll R$, где R – радиус Земли).

25. Закон сохранения механической энергии

$$E = T + \Pi = \text{const},$$

если система консервативна, т.е. работа неконсервативных сил $A^{\text{н/к}}$ ($F_{\text{Т}}$, $F_{\text{сопр}}$) = 0.

26. Механическая работа

$$A = F s \cos \alpha,$$

или

$$A = \Delta E = E_2 - E_1,$$

работа – как мера изменения энергии.

$$A^{\text{консервативных}} = -\Delta \Pi, \quad A^{\text{н/к}} = E_{\text{М2}} - E_{\text{М1}}.$$

2. Вращательное движение

27. Момент импульса тела, вращающегося относительно неподвижной оси

$$\vec{L} = I \vec{\omega}$$

где ω – угловая скорость тела.

28. Основное уравнение динамики вращательного движения относительно неподвижной оси

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon},$$

где M – результирующий момент внешних сил, действующих на тело; ε – угловое ускорение; I – момент инерции тела относительно оси вращения.

29. Моменты инерции некоторых тел массы m относительно оси, проходящей через центр масс:

а) стержня длины l относительно оси, перпендикулярной стержню,

$$I = \frac{1}{12}ml^2;$$

б) обруча (тонкостенного цилиндра) относительно оси, перпендикулярной плоскости обруча (совпадающей с осью цилиндра);

$$I = mR^2;$$

в) диска радиусом R относительно оси, перпендикулярной плоскости диска,

$$I = \frac{1}{2}mR^2.$$

30. Закон сохранения момента импульса системы тел, вращающихся вокруг неподвижной оси

$$\sum_{i=1}^N I\vec{\omega}_i = \text{const}, \quad (\sum \vec{M}_{\text{вн}} = 0)$$

для двух тел

$$I_1\omega_1 + I_2\omega_2 = I_1'\omega_1' + I_2'\omega_2'$$

где $I_1, \omega_1, I_2, \omega_2$ – моменты инерции и угловые скорости тел в момент времени, принятый за начальный; и $I_1', \omega_1', I_2', \omega_2'$ – те же величины в момент времени, принятый за конечный.

31. Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси

$$T = \frac{I\omega^2}{2}, \quad \text{или} \quad T = \frac{L}{2I}.$$